

## Bakışsız Bir Düzlemsel 5R Eyleyicisinin Bağlama Açına Göre Tasarımı

G. Kiper\* M. İ. C. Dede† E. Uzunoglu‡  
İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü  
İzmir

E. Mastar§  
Coşkunöz Metal Form A.Ş.  
Bursa

**Özet**—İki serbestlik dereceli düzlemsel 5R (R: döner mafsal) mekanizmasının uç noktasının işlevsel çalışma alanına göre mekanizma tasarımı çok farklı başarımlı ölçütlerine göre yapılabilmektedir. Bu çalışmada uç noktasının yerleşimi nedeni ile kinematik yapısı ve çalışma alanı bakışsız olan bir 5R mekanizmasının bağlama açısının dik açığa yakın tutulması ölçütü uyarınca işlevsel çalışma alanının tespiti ve de istenilen çalışma alanına boyutuna göre uzuv boyutlarının seçimi ele alınmıştır. Mekanizmanın çalışma alanının tespiti için gerekli kinematik model oluşturulmuş, bağlama açısına göre işlevsel çalışma alanı tespiti irdelenmiş, çalışma alanına göre uzuv boyutlarının belirlenmesi açıklanmış ve de bağlama açısının kuvvet iletimine etkisi tartışılmıştır.

**Anahtar kelimeler:** bakışsız paralel eyleyici, düzlemsel 5R mekanizması, bağlama açısı en iyilenmesi

**Abstract**—There are many performance indices defined for the design of two degrees-of-freedom planar 5R (R: revolute joint) mechanisms according to the dexterous workspace of the end effector. In this study, the performance index was chosen as the transmission angle in order to determine the dexterous workspace of an asymmetric planar 5R mechanism. Also design of link lengths according to a desired dexterous workspace is explained. First, the necessary kinematic model for determining the workspace of the mechanism is constructed. Then the formulation is presented for determining the dexterous workspace according to transmission angle. Finally the effect of the transmission angle on force transmission characteristics is discussed.

**Keywords:** asymmetric parallel manipulator, planar 5R mechanism, transmission angle optimization

### I. Giriş

Düzlemsel 5R (R: döner mafsal) mekanizması 1980'lerden beri [1] 2R seri eyleyicisine alternatif olarak kullanılmaya başlanmış en çok üzerinde çalışılan ve uygulaması bulunan düzlemsel paralel eyleyicilerden biridir [2]. Alıcı ve Shirinzadeh'ye göre 5R mekanizması uygulamada önem arz eden yegâne çok kranklı mekanizmadır [3]. Düzlemsel 5R mekanizmasının farklı uygulamalardaki kullanımına bazı örnekler şunlardır: montaj robotu [4],

nakliye robotu [5], konumlandırma cihazı [6], haptik cihaz [7], tıbbî cihaz [8].

Robot eyleyicilerin uzuv boyutları genellikle çalışma uzayı geniş olacak şekilde tasarlanırlar [9]. Eyleyicinin eyleticileri ile uç elemanının hız mertebesindeki hareketi arasındaki bağıntı doğrusal olup bu bağıntı Jakobiyen matrisi tarafından verilmektedir. Bu bağıntı nedeniyle başarımlı ölçütleri genellikle Jakobiyen matrisi üzerinden tanımlanmaktadır. Seri eyleyicilerle paralel eyleyicilerin hareket/kuvvet iletim karakteristiği çalışma uzayında farklılıklar gösterdiğinden seri ve paralel eyleyicilerin tasarımında farklı başarımlı ölçütleri kullanılması gerekmektedir [10]. Düzlemsel 5R mekanizmasının tasarımında kinematik ve dinamik performansa göre yapılan tasarımlarda pek çok başarımlı ölçütü kullanılmıştır. Gosselin ve Angeles [11] erişilebilir çalışma uzayı içerisinde tekil konumlardan uzak olmanın ölçütü olarak Jakobiyen matrisinin en küçük özdeğerinin en büyük özdeğerine oranı olan “yerel koşul endeksi”ni (LCI) tanımlamışlardır. Bu başarımlı ölçütü, kullanılan koordinat sistemine göre değiştiği için yerel olarak nitelenmektedir. Günümüzde halen LCI paralel eyleyicilerin tasarımında en çok kullanılan başarımlı ölçütüdür, ancak yerel olması ve farklı birimlerdeki değişkenleri ilişkilendiriyor olup fiziksel anlam ifade edemeyebilmeleri (ör: açısız ve doğrusal deplasmanlar) nedeni ile paralel eyleyicilerin tasarımına uygun olmamaktadırlar [10]. LCI tabanlı bir diğer ölçüt, çalışma uzayı içerisinde tekillik içermeyen en büyük sürekli bölgede seçilen bir değerden büyük LCI değerine sahip konumlar kümesi olan “iyi koşullu çalışma uzayı”dır (GCW). Bakışsız bir 5R mekanizmasının GCW'si [10]'da görülebilir. Yine Gosselin ve Angeles [12] LCI'nın tüm çalışma uzayı üzerindeki integrallinin çalışma uzayı boyutuna (alan/hacim, v.s.) oranı olarak elde edilen “evrensel koşul endeksi”ni (GCI) tanımlamışlardır. Genel bir 5R mekanizmasının GCI'si [13]'te çalışılmıştır. Merlet [14] paralel eyleyiciler için LCI ve GCI kullanımını irdelenmiş ve pek çok problem ortaya koymuştur. LCI ve GCI'ya benzer şekilde, uç elemanın deplasmanları elemana uygulanan kuvvetler arasında bir direngenlik matrisi tanımlanarak yerel ve evrensel direngenlik (LSI, GSI) endeksleri tanımlanabilmektedir [10]. Ozaki ve diğ. [15] eyleyicinin uç elemanında oluşan kuvvetin çalışma uzayının alana oranı olarak “evrensel yük ölçütü”nü önermişlerdir, ancak bu endeks uygulamada kabul görmemiştir. Chand ve diğ. [16-17], Liu ve Wang [10] paralel eyleyicilerin

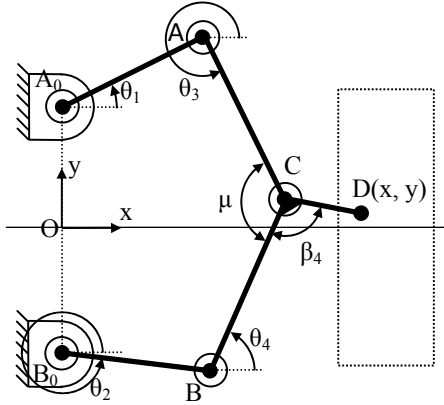
\* gokhankiper@iyte.edu.tr

† candede@iyte.edu.tr

‡ emreuzunoglu@iyte.edu.tr

§ emastar@coskunoz.com.tr

kuvvet iletim karakteristiği baz alınarak tasarlanması için mekanizmanın bağlama açısının [18] başarım ölçütü olarak kullanılmasını araştırmışlardır. Bağlama açısı uç elemana etki eden kuvvetlere göre gerekli motor torklarının tespitinde önemli rol oynamakla birlikte aynı zamanda mekanizmanın kinematik tekil konumlarıyla da doğrudan bağlantılıdır (Şekil 1’de  $\mu = 0^\circ$  ve  $\mu = 180^\circ$ ). Bu çalışmada da Şekil 1’de  $\mu$  ile gösterilen bağlama açısı bir başarım ölçütü olarak alınarak tasarım yapılmıştır.



$|OA_0| = |OB_0| = a_1/2$  ;  $|A_0A| = |B_0B| = a_2$  ;  
 $|AC| = |BC| = a_3$  ;  $|CD| = a_4$   
 Şekil 1. Düzlemsel 5R mekanizması

Paralel eyleyicilerde bakışım genellikle bacakların aynı olmasıyla tanımlanır. Bacaklar ve eyleyici girdi sınırları aynı olduğunda çalışma uzayı bakışimli olmaktadır. Çok farklı işlevler için kullanılacak olan robotların bakışimli olması tercih edilmektedir. Düzlemsel 5R mekanizmalarında genellikle uç noktası orta mafsalsi ekseni olarak alınmaktadır. Bu tarz bir 5R mekanizmasının en-iyilenmiş tasarımı üzerine pek çok çalışma bulunmaktadır [3, 7, 10, 16, 17, 19-25]. Ancak mekanizmaya bağlanacak uç elamanının bu orta mafsalsi içine gömülemeyecek kadar büyük olması durumunda uç elemanın ön kollardan birine sabitlenerek başka bir noktanın uç noktası olarak alınması gerekebilecektir. Şekil 1’de uç noktası olan D noktası BC uzvuna sabittir. Huang [26] Şekil 1’deki mekanizmada  $\beta_4 = 180^\circ$  olan özel durum üzerine çalışmıştır. Bu çalışmada  $\beta_4$  genel tutularak bir tasarım yapılmıştır.

Çalışmada, Şekil 1’deki uç elemanı noktası olan D noktasının çalışma alanı içerisinde eş bağlama açısı eğrileri tespit edilecek şekilde analiz denklemleri çıkarılmıştır. Daha sonra maksimum kuvvet iletim veriminin elde edildiği bağlama açısının  $90^\circ$  olduğu konumdan tasarımcının seçeceği miktarda sapma seçilerek (ör.  $\pm 30^\circ$ ) bu sınırlar arasında kalan işlevsel çalışma alanı tespit edilmektedir. Sonrasında istenen çalışma alanı boyutuna göre (ör. Şekil 1’deki dikdörtgen bölgenin konumu ve ebatları) mekanizma tasarım parametreleri  $a_1, a_2, a_3, a_4$  ve  $\beta_4$  tasarlanabilmektedir.

## II. Mekanizmanın Kinematik Analizi

Uç noktasının çalışma alanının belirlenmesinde ve simülasyonunun yapılmasında mekanizmanın düz ve ters kinematik analizinin yapılması gerekmektedir. Şekil 1’de görülen düzlemsel 5R mekanizmasının hem düz hem de ters kinematikinde mekanizmanın montaj modunun değişmediği kabul edilmiştir.

### A. Düz kinematik analiz

Mekanizmanın konum seviyesinde düz kinematik analizinde motor girdi deplasmanları  $\theta_1, \theta_2$ , verildiğinde uç noktası konumu  $D(x,y)$  bulunur.  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  bağımsız açı değerleri verildiğinde öncelikle  $\theta_3$  ve  $\theta_4$  bağımlı açı değerleri bulunmalıdır. Verilen  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  değerleri uyarınca A ve B mafsallarının konumları karmaşık sayılarla şu şekilde ifade edilir:

$$\begin{aligned} \overline{OA} &= \overline{OA_0} + \overline{A_0A} = \frac{a_1}{2}i + a_2e^{i\theta_1} \\ \overline{OB} &= \overline{OB_0} + \overline{B_0B} = -\frac{a_1}{2}i + a_2e^{i\theta_2} \end{aligned} \quad (1)$$

(1) denklemini kullanılarak  $\vec{s} = \overline{AB}$  vektörü, vektörün boyu  $s = |\vec{s}|$  ve +x eksenini ile yaptığı açı  $\phi = \angle \vec{s}$  bulunabilir:

$$\begin{aligned} \vec{s} &= \overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA} = -ia_1 + a_2(e^{i\theta_2} - e^{i\theta_1}) \\ s &= \sqrt{[a_2(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)]^2 + [-a_1 + a_2(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)]^2} \\ \phi &= \text{atan2}[a_2(\cos\theta_2 - \cos\theta_1), -a_1 + a_2(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)] \end{aligned} \quad (2)$$

$\theta_3$  ve  $\theta_4$  değerleri ABC üçgeninin çözümü ile elde edilecektir. ABC üçgeninde kosinüs teoreminden  $\eta = \widehat{BAC}$  bulunur:

$$a_3^2 = a_2^2 + s^2 - 2a_2s \cos \eta \Rightarrow \eta = \cos^{-1} \frac{s}{2a_2} \quad (3)$$

$\phi$  ve  $\eta$  açılarından  $\theta_3$  açısı hesaplanabilir:

$$\theta_3 = \phi + \eta \quad (4)$$

$\theta_3$  bilindiğinde C noktasının konumu bulunabilir:

$$\overline{OC} = \overline{OA} + \overline{AC} = \frac{a_1}{2}i + a_2e^{i\theta_1} + a_3e^{i\theta_3} \quad (5)$$

$\overline{BC}$  vektörünün +x ekseniniyle yaptığı açı olarak  $\theta_4$  şu şekilde bulunur:

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= \overline{OC} - \overline{OB} = a_1 i + a_2 e^{i\theta_1} + a_3 e^{i\theta_3} - a_2 e^{i\theta_2} \\ \Rightarrow \overline{BC}_x &= a_2 (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) + a_3 \cos \theta_3, \\ \overline{BC}_y &= a_1 + a_2 (\sin \theta_1 - \sin \theta_2) + a_3 \sin \theta_3 \\ \Rightarrow \theta_4 &= \text{atan2}[\overline{BC}_x, \overline{BC}_y]\end{aligned}\quad (6)$$

Son olarak D(x,y) koordinatları bulunur:

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= \overline{OC} - \overline{OB} = a_1 i + a_2 e^{i\theta_1} + a_3 e^{i\theta_3} - a_2 e^{i\theta_2} \\ \Rightarrow \overline{BC}_x &= a_2 (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) + a_3 \cos \theta_3, \\ \overline{BC}_y &= a_1 + a_2 (\sin \theta_1 - \sin \theta_2) + a_3 \sin \theta_3 \\ \Rightarrow \theta_4 &= \text{atan2}[\overline{BC}_x, \overline{BC}_y]\end{aligned}\quad (7)$$

### B. Ters kinematik analiz

Mekanizmanın ters kinematik analizinde uç noktası konumu D(x,y) verildiğinde motor girdi deplasmanları  $\theta_1, \theta_2$  bulunur.  $\vec{p} = \overline{B_0 D}$ ,  $p = |\vec{p}|$ ,  $\psi = \angle \vec{p}$ ,  $\chi = \angle \overline{DB_0 B}$ ,  $\vec{r} = \overline{A_0 C}$ ,  $r = |\vec{r}|$ ,  $\rho = \angle \vec{r}$ ,  $b_4 = |\overline{BD}|$ ,  $\xi = \angle \overline{BD}$   $\gamma_4 = \widehat{DCB}$  ve  $\varphi = \widehat{AA_0 C}$  olsun.  $\theta_2$  ve  $\theta_4$ 'ün bulunması için  $p$  ve  $\psi$  değerleri kullanılacaktır:

$$\begin{aligned}\vec{s} &= \overline{B_0 D} = \overline{OD} - \overline{OB_0} = x + i(y + a_1/2) \\ \Rightarrow s &= \sqrt{x^2 + (y + a_1/2)^2}, \quad \phi = \angle \vec{s} = \text{ang}(x, y + a_1/2)\end{aligned}\quad (8)$$

BCD üçgeninde kosinüs teoreminden  $b_4$  ve  $\gamma_4$  bulunur:

$$\begin{aligned}b_4 &= \sqrt{a_3^2 + a_4^2 - 2a_3 a_4 \cos \beta_4} \\ a_4^2 &= a_3^2 + b_4^2 - 2a_3 b_4 \cos \gamma_4 \Rightarrow \gamma_4 = \cos^{-1} \frac{a_3^2 + b_4^2 - a_4^2}{2a_3 b_4}\end{aligned}\quad (9)$$

DB<sub>0</sub>B üçgeninde kosinüs teoreminden  $\chi$  açısı bulunur:

$$b_4^2 = a_2^2 + p^2 - 2a_2 p \cos \chi \Rightarrow \chi = \cos^{-1} \frac{a_2^2 + p^2 - b_4^2}{2a_2 p}\quad (10)$$

$\psi$  ve  $\chi$  açılarından  $\theta_2$  açısı hesaplanabilir:

$$\theta_2 = \psi - \chi\quad (11)$$

$\overline{BD}$  vektörünün +x eksenine yaptığı açı kullanılarak  $\theta_4$  bulunur:

$$\begin{aligned}\overline{BD} &= \overline{OD} - \overline{OB} = x + iy - \left( -\frac{a_1}{2} i + a_2 e^{i\theta_2} \right) \\ \Rightarrow \xi &= \angle \overline{BD} = \text{atan2} \left( x - a_2 \cos \theta_2, y - a_2 \sin \theta_2 + \frac{a_1}{2} \right) \\ \theta_4 &= \xi + \gamma_4\end{aligned}\quad (12)$$

$\theta_2$  ve  $\theta_4$ 'ün bulunması için  $r$  ve  $\rho$  değerleri kullanılacaktır:

$$\begin{aligned}\vec{r} &= \overline{A_0 C} = \overline{A_0 B_0} + \overline{B_0 B} + \overline{BC} = -ia_1 + a_2 e^{i\theta_2} + a_3 e^{i\theta_4} \\ \Rightarrow r_x &= a_2 \cos \theta_2 + a_3 \cos \theta_4, r_y = -a_1 + a_2 \sin \theta_2 + a_3 \sin \theta_4 \\ \Rightarrow r &= |\vec{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}, \rho = \angle \vec{r} = \text{atan2}(r_x, r_y)\end{aligned}\quad (13)$$

A<sub>0</sub>BC üçgeninde kosinüs teoremi kullanılarak  $\varphi$  açısı bulunur:

$$a_3^2 = a_2^2 + r^2 - 2a_2 r \cos \varphi \Rightarrow \varphi = \cos^{-1} \frac{a_2^2 + r^2 - a_3^2}{2a_2 r}\quad (14)$$

$\rho$  ve  $\varphi$  açılarından  $\theta_2$  açısı hesaplanabilir:

$$\theta_1 = \rho + \varphi\quad (15)$$

$\overline{AC}$  vektörünün +x eksenine yaptığı açı olarak  $\theta_3$  bulunur:

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= \overline{A_0 C} - \overline{A_0 A} = r_x + ir_y - a_2 e^{i\theta_1} \\ \Rightarrow \theta_3 &= \angle \overline{AC} = \text{atan2}(r_x - a_2 \cos \theta_1, r_y - a_2 \sin \theta_1)\end{aligned}\quad (16)$$

### III. İşlevsel Çalışma Alanına Göre Uzun Boyutlarının Bulunması

İşlevsel çalışma alanı, mekanizmanın uç noktasının erişebileceği tüm noktaları kapsayan erişilebilir çalışma alanının bir alt kümesi olup bir başarımlı ölçütü uyarınca tespit edilir. Bu çalışmada başarımlı ölçütü, mekanizma bağlama açısının  $|\mu - 90^\circ| \leq \delta$  aralığında olmasıdır.  $\delta = 30^\circ$  nispeten güvenli bir değer olup uygulamaya göre bu değer daha büyük alınabilir. Bağlama açısının optimum değeri  $90^\circ$  kabul edilir. Açının  $90^\circ$ 'ye yakın değere sahip olmasının kuvvet iletiminde sağladığı avantaj kısım IV'te açıklanmaktadır.

Bağlama açısının değerine göre işlevsel çalışma alanının tespiti için bağlama açısı  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  motor girdilerine bağlı olarak ifade edilecektir. (2) denkleminde elde edilen  $s = |\overline{AB}|$  uzunluğu kullanılarak ABC üçgeninde kosinüs teoremi yazıldığında

$$s^2 = 2a_3^2 - 2a_3^2 \cos \mu \Rightarrow \cos \mu = 1 - \frac{s^2}{2a_3^2} \quad (17)$$

elde edilir. Öte yandan, (2) denkleminde

$$s^2 = [a_2 (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)]^2 + [-a_1 + a_2 (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)]^2 \quad (18)$$

$$= a_1^2 + 2a_2^2 [1 - \cos(\theta_1 - \theta_2)] + 2a_1 a_2 (\sin \theta_1 - \sin \theta_2)$$

olduğundan (17) denkleminde  $\mu$  açısı  $\theta_1$  ve  $\theta_2$ 'ye bağlı olarak şu şekilde bulunur:

$$\cos \mu = 1 - \frac{a_1^2 + 2a_2^2 [1 - \cos(\theta_1 - \theta_2)] + 2a_1 a_2 (\sin \theta_1 - \sin \theta_2)}{2a_3^2} \quad (19)$$

Bağlama açısı  $\mu = 90^\circ$  iken (17) denkleminde  $s = \sqrt{2}a_3$  tür. Bağlama açısı  $90^\circ$ 'den  $\delta$  kadar fazla/eksik olduğunda

$$90^\circ - \delta \leq \mu \leq 90^\circ + \delta \Rightarrow |\cos \mu| \leq \sin \delta \quad (20)$$

olur. (20) denkleminde verilen bağlama açısı aralığına karşılık gelen çalışma alanı  $\cos \mu = -d = -\sin \delta$  ve  $\cos \mu = d = \sin \delta$  değerlerinin sağlandığı durumlarla sınırlıdır. İki serbestlik dereceli sistemde çalışma alanı 2 boyutlu olduğundan her bir  $\mu = \text{sabit}$  ya da  $\cos \mu = \text{sabit}$  değeri, çalışma alanında bir eğriye tekabül eder.  $\cos \mu = -d$  ve  $\cos \mu = d$  eğrileri işlevsel çalışma alanının sınırlarını belirler. (19) denkleminde (20) denkleminde kullanıldığında

$$\left| \frac{2a_3^2 - a_1^2 - 2a_2^2 [1 - \cos(\theta_1 - \theta_2)]}{-2a_1 a_2 (\sin \theta_1 - \sin \theta_2)} \right| \leq 2a_3^2 d \quad (21)$$

(21) denkleminde sağlanacak şekilde  $\theta_1$  serbest bırakılarak  $\theta_2$ 'nin değişimi gözlemlenecek olursa

$$|a_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 + (a_1 - a_2 \sin \theta_1) \sin \theta_2 - M| \leq \frac{a_3^2}{a_2} d \quad (22)$$

$$M = \frac{a_1^2 + 2a_1 a_2 \sin \theta_1 + 2a_2^2 - 2a_3^2}{2a_2}$$

(22) denklemindeki aralığın sınırları  $\theta_2$  yarım açının tanjant dönüşümü ile bulunabilir.  $t = \tan(\theta_2/2)$  olsun. Bu

durumda  $\sin \theta_2 = \frac{2t}{1+t^2}$  ve  $\cos \theta_2 = \frac{1-t^2}{1+t^2}$  olur. (22)

denkleminde eşitlik durumunda bu dönüşüm uygulandığında

$$a_2 \cos \theta_1 \frac{1-t^2}{1+t^2} + (a_1 - a_2 \sin \theta_1) \frac{2t}{1+t^2} - M = \frac{a_3^2}{a_2} d \quad (23)$$

$$a_2 \cos \theta_1 \frac{1-t^2}{1+t^2} + (a_1 - a_2 \sin \theta_1) \frac{2t}{1+t^2} - M = -\frac{a_3^2}{a_2} d$$

elde edilir. (23) denklemleri  $t$  cinsinden polinom denklem olarak düzenlenirse

$$(C_1 + a_3^2 d)t^2 - 2C_2 t + C_3 + a_3^2 d = 0 \quad (24)$$

$$(C_1 - a_3^2 d)t^2 - 2C_2 t + C_3 - a_3^2 d = 0$$

elde edilir.  $C_1$ ,  $C_2$  ve  $C_3$   $\theta_1$ 'e bağlı değişken ifadelerdir:

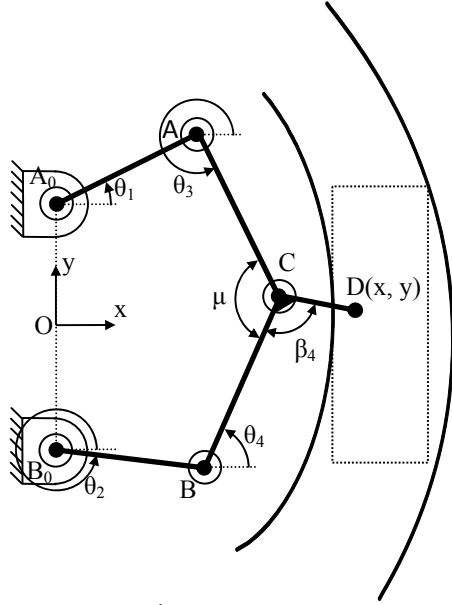
$$C_1 = a_1^2/2 + a_1 a_2 \sin \theta_1 + a_2^2 (1 + \cos \theta_1) - a_3^2$$

$$C_2 = a_2 (a_1 - a_2 \sin \theta_1) \quad (25)$$

$$C_3 = a_1^2/2 + a_1 a_2 \sin \theta_1 + a_2^2 (1 - \cos \theta_1) - a_3^2$$

(24) denklemlerinin toplam 2şer tane çözümü vardır. Bir denklemin her bir çözümü mekanizmada  $\theta_1$  ve  $\mu$  sabit tutulmak kaydı ile  $B_0B$  kolunun iki farklı olası konumuna tekabül eder. Mekanizmanın kinematik benzeşimi uyarınca doğru olan çözüm seçilmelidir.

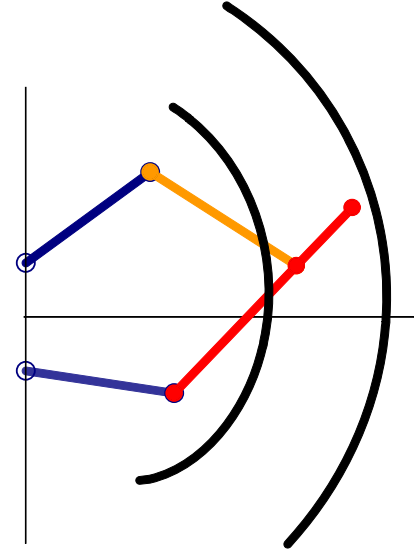
Kısım II'deki kinematik model ve bu kısımdaki işlevsel çalışma alanı sınırlarının tespiti için elde edilen denklemler ile Microsoft Excel® ortamında bir parametrik model oluşturulmuştur. Excel'de  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$ ,  $\beta_4$  uzuv boyutları verildiğinde  $\theta_1$ 'in makul bir aralığı için (ör.  $0^\circ \leq \theta_1 \leq 90^\circ$ )  $\theta_2$  değerleri (24)-(25) denklemleri uyarınca bulunarak her bir  $(\theta_1, \theta_2)$  değer çifti için Kısım II'deki düz kinematik denklemleri uyarınca D noktasının konumu tespit edilmiştir. Bu konumlar Şekil 2'deki gibi bir birer eğri olarak çizdirildiğinde işlevsel çalışma alanının sınırları belirlenebilmektedir. Bu sınırlar dahilinde bağlama açısı  $|\mu - 90^\circ| \leq \delta$  aralığındadır.



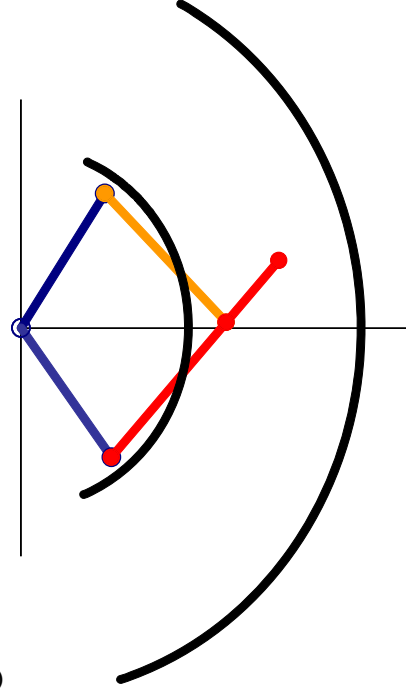
Şekil 2. İşlevsel çalışma alanı sınırları

Mekanizma yapısı bakışsımsız olduğu için elde edilen işlevsel çalışma alanı da genel durumda bakışsımsız olacaktır. İşlevsel çalışma alanının bulununan sınırlar dahilinde kullanılması mümkün olduğu gibi, uygulamada bu alan içerisinde kullanıcı tarafından talep edilen bir geometrinin de yerleştirilmesi mümkün olacaktır. Örneğin uç noktasının kullanıcı tarafından x eksenine göre bakışlı eni ve boyu verilen bir dikdörtgen içerisinde çalıştırılması istenmiş ise, bu ebatlardaki dikdörtgen işlevsel çalışma alanı içerisinde kalacak şekilde uzuv boyutları belirlenebilir. Uzuv boyutlarının bazıları diğer tasarım kısıtları uyarınca serbest seçilebilir (ör.  $a_1$ ,  $a_2$  ve  $a_4$ ) ve diğerleri (ör.  $a_3$  ve  $\beta_4$ ) işlevsel çalışma alanı kısıtları çerçevesinde Excel'deki parametrik modelde değiştirilerek belirlenir. Çalışma alanına göre uzuv boyutları tespit edildikten sonra mekanizmanın ters kinematiği uyarınca motor girdi limitleri belirlenebilir.

Özel bir durum olarak  $A_0$  ve  $B_0$  mafsalları çakışık, yani  $a_1 = 0$ , ve  $\beta_4 = 180^\circ$  seçildiğinde sabit bağlama açısı eğrileri birer çember olacaktır ve işlevsel çalışma alanı sınırları çember yayı şeklinde olacaktır. Bu durumda hem hesaplar basitleşmiş, hem de işlevsel çalışma alanı bakışlı olmuş olur. Örnek olarak Şekil 3'te görülen her iki 5R mekanizmasında  $a_2 = 150$  mm,  $a_3 = 170$  mm,  $a_4 = 75$  mm,  $\beta_4 = 180^\circ$  olup Şekil 1a'daki mekanizmada  $a_1 = 100$  mm, Şekil 1b'deki mekanizmada ise  $a_1 = 0$  dır. Her iki mekanizma için  $\mu = 60^\circ$  ve  $\mu = 120^\circ$  eğrileri çizilmiştir.  $a_1 = 0$  olduğunda işlevsel çalışma alanı bakışlı ve ayrıca nispeten daha büyük olmaktadır.  $a_1 = 0$  seçildiğinde elde edilen tüm bu avantajlara karşın motor eksenleri çakışık seçildiğinde konstrüksiyon problem olabilmektedir. Doğrudan tahrikli sistemler ya da eksantrik redüktör kullanarak konstrüksiyon mümkün olabilir.



a)



b)

Şekil 3. a)  $a_1 \neq 0$  ve b)  $a_1 = 0$  için işlevsel çalışma alanları

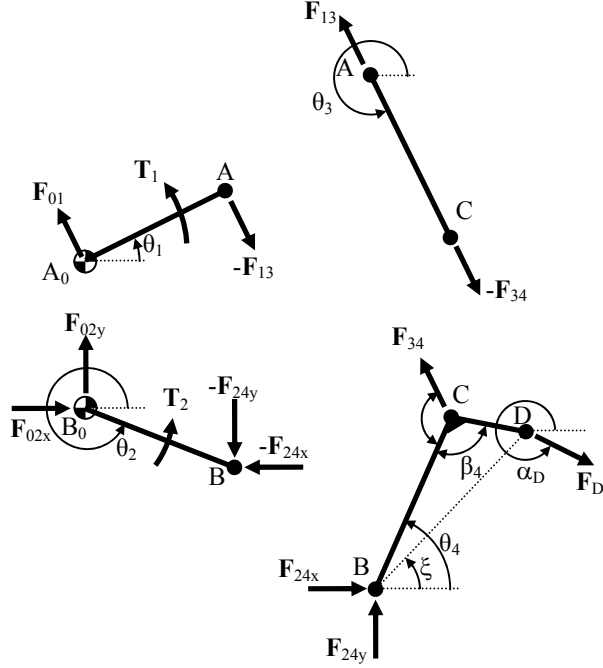
#### IV. Bağlama Açısının Kuvvet İletimine Etkisi

Bu kısma kadar olan çalışmalar bağlama açısının  $90^\circ$ 'ye yakın olduğu durumda mekanizmanın kuvvet iletim karakteristiğinin iyi olacağı varsayımı ile yapılmıştır. Bu kısımda temel seviyede açıklamalarla bu kabullenme temellendirilecektir.

Sürtünme, yer çekimi ve ataletsel kuvvetlerin etkisini ihmal ederek mekanizmanın statik kuvvet analizi yapılabilir. Uç noktaya büyüklüğü ve açısı sabit bir

kuvvet uygulanarak mekanizmanın farklı konumlarında motorlardaki tork gereksinimleri tespit edilebilir.

$A_0A$ ,  $B_0B$ ,  $AC$  ve  $BCD$  uzuvlarının serbest cisim görüntüleri Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4. Uzuvların serbest cisim görüntüleri

$AC$  uzvu çift kuvvet elemanı olduğundan uzva etki eden  $F_{13}$  ve  $F_{43} = -F_{34}$  kuvvetleri  $AC$  doğrultusunda olacaktır.  $BCD$  uzvu için kuvvet denklemleri:

$$\begin{aligned} \Sigma M_B &= b_4 F_D \sin(\alpha_D - \xi) + a_3 F_{34} \sin(\theta_4 - \theta_3) = 0 \\ \Sigma F_x &= F_D \cos \xi - F_{34} \cos \theta_3 + F_{24x} = 0 \\ \Sigma F_y &= F_D \sin \xi - F_{34} \sin \theta_3 + F_{24y} = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

Şekil 2'den görüleceği üzere  $\theta_3 - \theta_4 + \mu = 2\pi$  dir. Öyleyse  $\sin(\theta_4 - \theta_3) = \sin \mu$  dür. (26) denklemlerinden  $F_{34}$ ,  $F_{24x}$  ve  $F_{24y}$  çözümler:

$$\begin{aligned} F_{34} &= \frac{b_4 F_D \sin(\xi - \alpha_D)}{a_3 \sin \mu} \\ F_{24x} &= F_{34} \cos \theta_3 - F_D \cos \xi \\ F_{24y} &= F_{34} \sin \theta_3 - F_D \sin \xi \end{aligned} \quad (27)$$

(27) denklemlerinden görüleceği üzere  $\sin \mu$  ne kadar büyük olursa ( $\mu = 90^\circ$  için maksimum)  $F_{34}$ ,  $F_{24x}$  ve  $F_{24y}$  o kadar küçük olacaktır.  $A_0A$  ve  $B_0B$  uzuvlarının serbest cisim görüntüleri incelendiğinde  $T_1$  ve  $T_2$  tork değerlerinin  $F_{34}$ ,  $F_{24x}$  ve  $F_{24y}$  kuvvet değerleri ile orantılı olduğu görülür. Yani  $\sin \mu$  değeri ile  $T_1$  ve  $T_2$  tork

değerleri ters orantılıdır denebilir. Elbette bu analizde uzuv boyutları ile  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  girdilerinin alacağı farklı değerler göz ardı edilmektedir ve çok kabaca bir tespit yapılmıştır.

Bu basit kuvvet modeli ve de ataletsel kuvvet ve momentlerin de dahil edildiği nispeten daha karmaşık kuvvet modeli kullanılarak oluşturulan mekanizma benzeşimlerinde bağlama açısı  $90^\circ$ den uzaklaştıkça uç noktasının aynı işi yapması için gerekli tork değerlerini gerektirdiği gözlemlenmiştir.

## V. Sonuçlar

Bu çalışmada uç noktasının konumu nedeniyle yapısı ve çalışma alanı bakımsız olan iki serbestlik dereceli düzlemsel 5R mekanizmasının bağlama açısına göre çalışma alanı tespiti ve mekanizma tasarımı ele alınmıştır. Uygulamada çoğunlukla kullanılan Jacobiyen matrisi tabanlı işlevsel çalışma alanı tespiti yerine bağlama açısı tabanlı işlevsel çalışma alanı tespiti öne çıkarılmıştır. Bir sanayi uygulamasında kullanılan yöntemin başarımı doğrulanmıştır.

## Teşekkür

Bu çalışma Sanayi, Bilim ve Teknoloji Bakanlığı ile Coşkunöz Metal Form A.Ş. tarafından desteklenen 01668.STZ.2012-2 kodlu Santez projesi kapsamında yapılmıştır. Yazarlar Coşkunöz Ar-Ge müdürü Dr. Tayfun Sığırtmaç'a teşekkür ederler.

## Kaynakça

- [1] Asada H. ve Youcef-Toumi K. Analysis and design of a direct-drive arm with a five-bar-link parallel drive mechanism. *J. Dyn. Syst. Meas. Contr.* 106:255-230, 1984.
- [2] Giberti H., Cinquemani S. ve Ambrosetti S. A geometrical index to evaluate the kinematical properties of a 2 dof parallel kinematic manipulator. 4. International Multi Conference on Engineering and Technological Innovation, sayfa 1-6, Orlando, 2011.
- [3] Alıcı G. ve Shirinzadeh B. Constrained structural optimisation of a revolute-jointed planar parallel manipulator. *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, sayfa 1244-1249, Kobe, 2003.
- [4] Munakata T. Industrial Robot, Patent US4730975, 1988.
- [5] Shuichi T. ve Shige M. Parallel Link Robot Arm, Patent US4946337, 1990.
- [6] Karidis J. P., McVicker G., Pawletko J. P., Zai L. C., Goldowsky M., Brown R. E. ve Comulada R. R. The Hummingbird minipositioner - providing three-axis motion at 50 g's with low reactions. *IEEE Int. Conference on Robotics and Automation*, sayfa 685-692, Nice, 1992.
- [7] Hayward V., Choksi J., Lanvin G. ve Ramstein C. Design and multi-objective optimization of a linkage for a haptic interface. *Advances in Robot Kinematics and Computational Geometry*, Kluwer Academic Publishers, s. 359-368, 1994.
- [8] Yoshino I., Yasunaga T., Hashizume M. ve Maehara Y. A novel endoscope manipulator, Naviot, enables solo-surgery to be performed during video-assisted thoracic surgery. *Interact. Cardiovasc. Thorac. Surg.*, 4:404-405, 2005.

- [9] Soylu, R. Robot kollarda kinematik performans ve tasarım. *Elektrik Mühendisliği Dergisi*, 391:26-30, 1993.
- [10] Liu X-J. ve Wang J. *Parallel Kinematics – Type, Kinematics, and Optimal Design*. Springer, 2014.
- [11] Gosselin C.M. ve Angeles J. The optimum kinematic design of a spherical three-degree-of freedom parallel manipulator. *J. Mech. Trans. Autom. Des.*, 111(2):202–207, 1989.
- [12] Gosselin C.M. ve Angeles J. A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators. *Trans. ASME J. Mech. Des.*, 113:220–226, 1991.
- [13] Gao F., Liu X. ve Gruver W. A. Performance evaluation of two-degree-of-freedom planar parallel robots. *Mech. Mach. Theory*, 33(6):661-668, 1998.
- [14] Merlet J. P. Jacobian, manipulability, condition number, and accuracy of parallel robots. *Trans. ASME J. Mech. Des.*, 128:199–206, 2006.
- [15] Ozaki H., Wang H., Liu X. Ve Gao F. The Atlas of the Payload Capability for Design of 2-DOF Planar Parallel Manipulators. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, Cilt 2, sayfa 1483-1488, 1996.
- [16] Balli, S. S. ve Chand, S. Synthesis of a five-bar mechanism with variable topology for motion between extreme positions (SYNFBVTM). *Mech. Mach. Theory*, 36:1147-1156, 2001.
- [17] Balli, S. S. ve Chand, S. Synthesis of a Five-Bar Mechanism of Variable Topology Type With Transmission Angle Control. *Trans. ASME J. Mech. Des.*, 126: 128-134.
- [18] Balli, S. S. ve Chand, S. Transmission angle in mechanisms. *Mech. Mach. Theory*, 37:175-195, 2002.
- [19] Cervantes-Sánchez J. J., Hernández-Rodríguez J. C. ve Angeles J. On the kinematic design of the 5R planar, symmetric manipulator. *Mech. Mach. Theory*, 36:1301-1313, 2001.
- [20] Sun L., Ding, Q. ve Liu X. Optimal kinematic design of a 2-dof planar parallel robot. *2004 IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*, sayfa:225-230, Singapur, 2004.
- [21] Alici G. ve Shirinzadeh B. Optimum synthesis of planar parallel manipulators based on kinematic isotropy and force balancing. *Robotica*, 22:97-108, 2004.
- [22] Liu X-J., Wang J. ve Zheng H-J. Optimum design of the 5R symmetrical parallel manipulator with a surrounded and good-condition workspace. *Robotics and Autonomous Systems*, 54:221-233, 2006.
- [23] Liu X-J., Wang J. ve Pritschow, G. Performance atlases and optimum design of planar 5R symmetrical parallel mechanisms. *Mech. Mach. Theory*, 41:119-144, 2006.
- [24] Xie F., Liu X-J., Wang L. ve Wang J. Optimum kinematic design of the 4r 2-dof parallel mechanism. *Tsinghua Science and Technology*, 17(5):663-668, 2009.
- [25] Campos L., Bourbonnais, F., Bonev I. A. ve Bigras P. Development of a five-bar parallel robot with large workspace. *ASME 2010 International Design Engineering Technical Conferences, DETC2010-28962*, 2010.
- [26] Huang M. Z. Design of a planar parallel robot for optimal workspace and dexterity. *Int. J. Adv. Robotic Sy*, 8(4):176-183, 2011.