

Kararlı Fotonik Kristal Optik Fiber ve izgisel Kusurlu Dalga Kılavuzu Tasarımı

Proje No: 107T569

H. SAMI SÖZÜER

H. DUYGU ŞENGÜN

2010

İzmir

İçindekiler

1 Fotonik Kistaller ve Çizgisel Kusurlu Dalga Kılavuzları	1
1.1 Giriş	1
1.2 Fotonik Kristaller ve Hesaplama Yöntemleri	3
1.3 Peryodik Dielektrik Ortam	4
1.4 1 Boyutlu Fotonik Kristal	7
1.5 Alternatif Yöntem	10
1.6 Bant Yapısı	11
1.7 1 Boyutlu Dalga Kılavuzu	12
2 Fotonik Kristal Destekli 90° Dalga Kılavuzu Dönüşü	13
2.1 Giriş	13
2.2 1 Boyutlu Dalga Kılavuzu	13
2.3 1 Boyutlu Fotonik Kristal Dalga Kılavuzu	16
2.4 Köşe Elemanı Neden 2B Kare Örgülü Fotonik Kristal?	17
2.5 Köşe Elemanları	18
2.6 Silika Çubuklar Silikon Ortamında	18
2.6.1 Köşe Geometrisi İçin Seçenekler	21
2.7 Silikon Çubuklar Silika Ortamında	22
2.7.1 2 Boyutlu Fotonik Kristalin Bant Yapısı	23
2.7.2 2 Boyutlu Çizgisel Kusurlu Dalga Kılavuzu	24
2.7.3 1 Boyutlu Fotonik Kristal Dalga Kılavuzu	26
2.7.4 FDTD Simülasyon Sonuçları	28
2.7.5 Levha Sayısının Etkisi	30
2.7.6 Kare Çubuklar	33
2.8 Alternatif Köşe Yapısı: 45° Dönmüş Kare Örgü	34
2.8.1 Mod Uyumu	38
3 Sonuçların Özeti	41
A 1 Boyutlu Silika Fotonik Kristal Dalga Kılavuzunda Değişik Frekanslarda EM Dalga Yayılımı	42
B Silika Çubuklar Si Ortamındayken Yapılan Simülasyonlar	45

C Si Çubuklar Silika Ortamındayken Simülasyon Sonuçları	50
D Kare Örgülü Dairesel Kesitli Çubuklardan Oluşan 2B Dalga Kılavuzu Bant Yapısı Programı	52
REFERENCES	54

Önsöz

Bu çalışmada 1 Boyutlu Fotonik Kristal Dalga Kılavuzunun 90° lik bir dönüşte kırılma yarıçapına bağlı olarak zayıflama ve iletimin değişimi konusunda bir modelleme yaptık. Öngördüğümüz modelleme ile şüana kadar hiç denenmemiş 90° lik dönüşü 1 boyutlu dalga kılavuzunun dönüş kısmını 2 boyutlu Çizgisel Kusurlu Dalga Kılavuzu ile aynen devam ettirerek farklı yarıçaplarla döndürdük ve iletimin neredeyse kayıpsız gerçekleşebildiğini gösterdik. Yaptığımız çalışma TÜBİTAK tarafından desteklenen 107T569 nolu projenin mali desteği ve İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü Fizik Bölümünün altyapısı kullanılarak hazırlanmıştır. Katkılarından dolayı TÜBİTAK'a teşekkürlerimizi sunarız. Ayrıca hesaplarımızı yapmamızda kullandığımız Ulakbim'e (Ulusal Akademik Ağ ve Bilgi Merkezi) bilgisayar erişimine izin verdiği için minnettarız. TÜBİTAK'ça sağlanan bu destek ile İYTE Fizik Bölümü Yüksek Lisans öğrencilerinden Hediye Duygu Şengün M.S tez çalışmasını tamamlamıştır.

Özet

Fotonik kristaller periyodik dielektrik yapılardır. Bu periyodiklik sayesinde ışığın yayılmasına, önceden mümkün olmayan değişik yöntemlerle müdahale etmek mümkün hale gelmiştir. Bu yüzden fotonik kristal dalga kılavuzları optik entegre devre uygulamalarında önemli rol oynamaktadır çünkü dalga kılavuzları belli frekans bantlarındaki elektromanyetik dalgaların yayılmasını engelleyebilirler. Geleneksel dalga kılavuzları toplam iç yansıma prensibi ile çalışırlar. Fakat bu yapılarda problem ışığı döndürmek istediğimizde oluşmaktadır, çünkü dönüş esnasında kabul edilemeyecek oranlarda kayıplar oluşur. Bunun en basit açıklaması, dönüş esnasında gelen ışığın açısının toplam iç yansımanın gerçekleşebilmesi için gerekli olan değerden daha küçük olmasıdır ve bu yüzden de dönüş esnasında kayıplar artmaktadır.

Bütün bunlardan dolayı bu çalışmada elektromanyetik dalgaların iletiminde meydana gelen zayıflamaların minimuma indirilerek sinyalin daha güçlü ve kayıpsız iletimi sağlanmıştır, böylelikle optoelektronik devrelerde ve optik hesaplama gibi alanlarda pratikte kullanılabilir tasarımlar üretilmiştir. Dönüş esnasında oluşan kayıpları azaltabilmek için bir boyutlu dalga kılavuzunun dönüş kısmını iki boyutlu çizgisel kusurlu dalga kılavuzu ile aynen devam ettirerek farklı yarıcılarla döndürülmüş ve alternatif modellemeler geliştirilmiştir. Düzlem dalga açılım ve süperhücre yöntemiyle öngördüğümüz yapılara uygun parametreleri belirleyip, hangi frekanslarda kılavuzlanma olacağını elde ettikten sonra sonlu farklar yöntemiyle belli frekanslar için %99'un üzerinde iletim elde edilmiştir. Aynı zamanda, farklı köşe yapıları deneyerek iletimin 90^0 'lik bir dönüşe rağmen ne kadar kayıpsız ilerleyebildiğini gösterdik.

Anahtar Kelimeler:Fotonik kristal, fotonik kristal dalga kılavuzu, periyodik dielektrik, fotonik kristal fiber, çizgisel kusurlu dalga kılavuzu, L-şeklindeki dalga kılavuzu.

Abstract

Photonic crystals are periodic dielectric structures. This periodicity allows us to manipulate light in ways that have not been possible before. As a result, photonic crystal waveguide components play a significant role in integrated optical circuit design because waveguides allow only certain electromagnetic wave modes to propagate inside the structure. There are many corresponding applications that rely on total internal reflection. However, with total internal reflection, there is a problem in guiding light through sharp corners. Large optical losses occur around tight curves with a small bending radius. A simple explanation for these losses is that the angle of the incident light is too low for total internal reflection when the wave turns through a sharp corner. Thus, an unacceptable fraction of the electromagnetic energy is radiated out of the waveguide.

To overcome this difficulty, in this work, we demonstrate a novel method for guiding light through sharp corners, using a 1 dimensional photonic crystal slab waveguide for the straight sections, assisted by 2D Line Defect Waveguide at the corners, in order to enable their practical use in optoelectronic circuits and optic calculations. Plane Wave Method and Supercell Method are used to determine the geometrical parameters and obtain guided modes for our proposed structure. Then, numerical simulations (FDTD) reveal nearly perfect transmission at certain frequency ranges. Also, in this work, different corner elements are used to show highly efficient transmission of light through sharp corners. Thus, light can be guided through a 90° corner, almost without loss, by using different corner elements.

Keywords: Photonic crystal, photonic crystal waveguide, periodic dielectric, photonic crystal fiber, line defect waveguide, L-shaped waveguide.

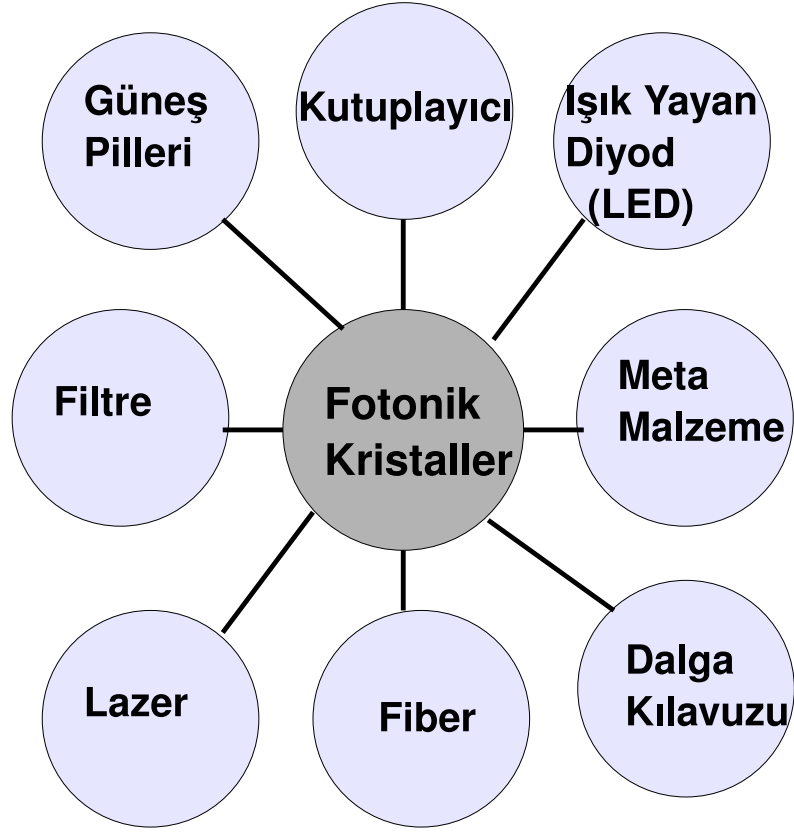
1. Fotonik Kistaller ve izgisel

Kusurlu Dalga Kılavuzları

1.1 Giriş

Fotonik, ışık ve madde arasındaki etkileşimi inceleyen bir bilim dalıdır. Son yıllarda ışık ve madde arasındaki etkileşimin yoğun olarak incelendiği materyallerden birisi de fotonik kristallerdir. Fotonik kristaller dielektrik sabitinin periyodik olarak değiştiği yapılardır. Böylelikle, esasen periyodik geometrinin elektromanyetik dalgaların bazı frekans aralıklarında girişim nedeniyle, hareket etmesini önlediği yapılar oluşturulmaktadır. Çok yaygın bir benzetmeyle, nasıl ki periyodik bir potansiyel, elektronların bazı enerji seviyelerinde olmasını yasaklıyorsa, periyodik dielektrik ortam da bazı frekans aralıklarındaki dalgaların fotonik kristal içinde yayılmasını önler. Bu yüzden optiksel yalıtkan (optical insulator) olarak adlandırılabilirler. Periyodik bir ortamda elektromanyetik dalga yayılımı ilk defa 1887’de Lord Rayleigh tarafından çalışıldı (Rayleigh, 1887). Yapılan çalışma, periyodik olarak birleştirilmiş levhalar ile bir kristal mineralinin özel yansıtıcı özellikleri ile ilgilidir. Bunlar bir boyutlu fotonik kristallere benzemektedir. Lord Rayleigh bu materyallerin levhalar boyunca ışığın yayılmasını yasaklayan dar bir band aralığına sahip olduğunu gösterdi. Bu band aralığı ışığın gelme açısına bağlıdır. Doğadaki yanardöner renklerde, kelebek kanatlarında, kabuklu deniz hayvanlarda da buna sıkça rastlanır. Çok katlı filmler üzerinde yoğun bir çalışma yapılmış olmasına rağmen, ancak 100 yıl sonra Yablonovitch ve John, 1987’de iki ve üç boyutlarda çok yönelimli fotonik band aralıkları ile ilgili materyaller önerdiler (Yablonovitch, 1987, John, 1987). Bu materyallere fotonik kristal adını verdiler.

Sonuçta değişik maddeler ve farklı geometrik parametreler kullanarak ışığın ilerlemesi fotonik kristaller yardımıyla kontrol edilebilir. Işığın dalgaboyunun onda biri inceliğinde (30-50 nm) olan bu yapılarda oluşturulan düzensizlikler kullanılarak, ışık çok küçük bir alana sıkıştırılabilir ve ışık ışınları (fotonlar) bir devrenin herhangi bir noktasına yönlendirilebilir. Bu yaklaşım ile dünyanın en küçük çınlaçları yani ışığı çok küçük bir hacimde sıkıştırabilen yapılar tasarlanmış ve üretilmiştir (Yanık, 2003, Notomi, 2003). Aynı zamanda bu kadar küçük boyutlara indirilebilen bu yapılar kullanılarak dünyanın en küçük lazerleri yapılmıştır (Loncar, 2002, Park, 2004). Günümüzde tıkanma seviyesine gelmiş silikon temelli mikroişlemcilerin en büyük sorunu, transistorler arasındaki iletişim ağının yavaşlığıdır. Bu durumda bir bilginin elektronik bir devrede bir uçtan başka bir uca aktarılması çok uzun bir süre almaktadır. Işık, bilginin taşınabilmesi bakımından elektronlara göre daha avantajlı özelliklere sahiptir. Dielektrik bir materyal içerisinde ışık, metal içerisinde elektronlardan çok daha hızlı ilerleyebilir. Ayrıca dielektrik materyallerin elektronik band genişliği, metallerinkinden daha geniştir.



Şekil 1.1: Fotonik Kristallerin kullanım alanları; Lazer teknolojisinde, fiber optik yapılarda, yüksek hızlı optiksel bilgisayarlarda, mikroçiplerde, ışığı bükebilen metamalzemelerde, ışık yayan diyodlarda, güneş pillerinde vb... kullanılabilirler.

Işık parçacıkları (fotonlar), elektronlar gibi madde ile fazla etkileşim içerisinde bulunmaz. Bu durum ise enerji kayıplarını azaltan bir faktör olur. Bu yüzden fotonik kristallerde, kusur (defect) oluşumu çok önemlidir. Kusurların en önemli özelliği, fotonik band aralığındaki frekanslarda kılavuzlu mod oluşturmasıdır. Kristal örgü içerisinde oluşturulan kusur, ışığın geri yansımalarını engellemekte ve ışığın tutunmasını sağlamaktadır. Kusurlar iki şekilde incelenebilir: Nokta kusur ve çizgi kusuru. Nokta kusuru, ışığı tuzaklayan oyuk gibi, çizgi kusuru ise dalga kılavuzu gibi davranır. Fotonik band aralığı içerisindeki dalga modları dalga kılavuzu içerisinde sınırlanır. Oluşturulan safsızlıklar veya kusurlar ile elektromanyetik dalgaları istediğiniz yönde hareket ettirebilir, hatta 90°'lik virajları aldirabiliriz. Fotonik kristaller içinde oluşturulan bükülme bunun kanıtıdır. Ancak periyodik ortamın kendisinde kontrol edilemeyen hatalar oluştuğunda, bu istenmeyen bir durumdur çünkü dalgalar bu kez dielektrik ortamın içine girmeye başlar ve fotonik kristalin kılavuz olma özelliği azalır ve sinyal giderek zayıflar. Hangi fotonik kristal geometrilerinin üretim hatalarına karşı daha dayanıklı olduğu, yani kılavuz özelliğinin daha az kaybedildiği, büyük ölçüde bir deneme-yanılma yöntemiyle bulunur. Bizim bu çalışmamızda temel olarak, meydana gelen zayıflamaların minimuma indirilerek sinyalin daha güçlü ve kayıpsız iletimi sağlanması amaçlanmış ve yeni bir tasarım geliştirilerek, alternatif modeller bulunmuştur.

1.2 Fotonik Kristaller ve Hesaplama Yöntemleri

Bu çalışmanın başında fotonik kristallerde elektromanyetik (EM) dalgalar ile madde arasındaki etkileşim açıklanmıştır. Bunun için makroskobik Maxwell Denklemlerinden başlanmıştır ve belli başlı nümerik yöntemler kullanılmıştır. Bu yöntemler; zaman uzamında sonlu farklar yöntemi (FDTD), süper hücre yöntemi ve düzlem dalga yöntemleridir. Bandlarla ilgili teorik hesaplamalar FORTRAN programı yazılarak LAPACK'ın (Linear Algebra PACKage) (Anderson, 1999) paketlerinden dsgv kullanılarak bilgisayar ortamında hesaplanmıştır. Hesaplamalarda eğer yapı kusursuz ise düzlem dalga yöntemi ve eğer yapı kusurlu ise süperhücre yöntemi kullanılarak öngörülen yapıya uygun parametreler belirlenip fotonik kristalin frekans izgesinde oluşan fotonik bant boşlukları bulunmuştur. Bu frekanstaki dalgaların FDTD ile gerçekleştirilen simülasyonları sonucunda elde ettiğimiz frekanslardaki dalgaların yapının içinde nasıl hareket ettiğini gözlemledik.

Başlangıç noktamız Maxwell denklemleridir.

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \rho/\epsilon_0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\end{aligned}\quad (1.1)$$

Burada ρ yük yoğunluğu, \mathbf{J} akım yoğunluğu, ve ϵ_0 ile μ_0 da, sırasıyla, boş uzayın dielektrik ve manyetik sabitleridir.

Maddesel ortamda \mathbf{D} ve \mathbf{H} vektörleri

$$\mathbf{D} \equiv \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \mathbf{D}(\mathbf{E}) \quad (1.2)$$

$$\mathbf{H} \equiv \mu_0 \mathbf{B} - \mathbf{M} = \mathbf{H}(\mathbf{B}) \quad (1.3)$$

olarak tanımlanır. Burada \mathbf{P} ortamın elektrik polarizasyonu, \mathbf{M} ise manyetizasyondur. Belli bir ortam için, \mathbf{P} ve \mathbf{M} vektörlerinin sırasıyla \mathbf{E} ve \mathbf{B} vektörleriyle olan ilişkisi oldukça karmaşık olabilir, ki bu da etrafımızda gördüğümüz maddelerin çok değişik optik özellikler almalarına yolaçar.

Bu tanımları kullanarak, Maxwell denklemleri \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{B} , ve \mathbf{H} makroskopik alanları için şöyle yazılabilir

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho_f \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\end{aligned}\quad (1.4)$$

Burada ρ_f ve \mathbf{J}_f şimdi sırasıyla *serbest* yük ve akım yoğunluklarıdır.

Burada sadece çizgisel, dispersif olmayan ve kayıpsız maddeler üzerinde yoğunlaşacağız. Bu maddeler için $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}$ ve $\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$ olur. Ancak homojen olmayan ortamları, yani ϵ ve μ değerlerinin uzayın bir noktasından diğerine farklı olduğu ortamları inceleyeceğiz.

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu(\mathbf{r}) \mathbf{H} \quad (1.6)$$

Serbest yük ve akımların mevcut olmadığı maddesel ortamlarda, yani $\rho_f = 0$ ve $\mathbf{J}_f = 0$ olduğu zaman, Maxwell denklemler aşağıdaki eşdeğer halde yazılabilirler:

$$\nabla \times \left[\frac{1}{\mu(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{E} \right] + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E} = 0 \quad (1.7)$$

$$\nabla \times \left[\frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H} \right] + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mu(\mathbf{r}) \mathbf{H} = 0 \quad (1.8)$$

Bu denklemlerdeki simetri ilginçtir: $\epsilon(\mathbf{r}) \leftrightarrow \mu(\mathbf{r})$ ve $\mathbf{E} \leftrightarrow \mathbf{H}$ değişimi altında, biri diğerinden elde edilebilir.

1.3 Peryodik Dielektrik Ortam

Tam peryodik bir dielektrik ortam için $\mu(\mathbf{r}) = 1$ ve $\epsilon(\mathbf{r}) = \epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{R})$ olur. Burada \mathbf{R} aşağıdaki şekilde tanımlanan bir örgü vektörüdür

$$\mathbf{R} = n_1 \mathbf{a}_1 + n_2 \mathbf{a}_2 + n_3 \mathbf{a}_3, \quad n_1, n_2, n_3 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.9)$$

ve $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ gerçek uzaydaki baz vektörleridir. Bu üç vektörün aynı düzlemde olmaması gerekir, veya başka bir deyişle $\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3) \neq 0$ koşulunu sağlaması gerekir. $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ vektörlerini sağ el kuralına göre seçersek $V_{\text{cell}} \equiv \mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3) > 0$ olur. Burada V_{cell} üç baz vektörü tarafından tanımlanan birim hücrenin hacmidir ve sadece bir tek örgü noktası içerir.

3 boyutlu uzayda peryodik olan bir fonksiyon

$$f(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = \sum_{\mathbf{R}} f_0(\mathbf{r} + \mathbf{R}) \quad (1.10)$$

şeklinde ifade edilebilir. Şimdi bu fonksiyonu bir Fourier serisi olarak yazabilmek için bir baz fonksiyon seti bulmak istiyoruz. Bu iş için önce $\exp(i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r})$ şeklinde yazılabilen fonksiyonları denemek istiyoruz. Burada $\mathbf{G} = m_1 \mathbf{b}_1 + m_2 \mathbf{b}_2 + m_3 \mathbf{b}_3$ yazarak, henüz belirlenmemiş olan \mathbf{b}_i baz vektörlerini $f(\mathbf{r})$ fonksiyonunun Denklem 1.10 ile ifade edilen peryodik özelliğini kullanarak belirleyeceğiz.

$$\begin{aligned} f(\mathbf{r}) &= f(\mathbf{r} + \mathbf{R}) \\ \sum_{\mathbf{G}} f(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} &= \sum_{\mathbf{G}} f(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{R})} \\ \sum_{\mathbf{G}} f(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} &= \sum_{\mathbf{G}} f(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} e^{i\mathbf{G} \cdot \mathbf{R}} \end{aligned}$$

Böylece

$$\begin{aligned} \sum_{\mathbf{G}} f(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} [1 - e^{i\mathbf{G} \cdot \mathbf{R}}] &= 0 \implies 1 = e^{i\mathbf{G} \cdot \mathbf{R}} \\ \mathbf{G} \cdot \mathbf{R} &= 2\pi N, \quad N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned}$$

Yani $f(\mathbf{r})$ fonksiyonu periyodik olacaksa o zaman $e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{R}} = 1$ olur, veya, bütün \mathbf{G} ve \mathbf{R} vektörleri için, N tamsayı olmak koşulu ile, $\mathbf{G} \cdot \mathbf{R} = 2\pi N$ olmalıdır.

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{R} = (m_1\mathbf{b}_1 + m_2\mathbf{b}_2 + m_3\mathbf{b}_3) \cdot (n_1\mathbf{a}_1 + n_2\mathbf{a}_2 + n_3\mathbf{a}_3) = 2\pi N$$

Bu koşul, \mathbf{b}_i için sonsuz sayıda farklı seçenikle sağlanabilir, çünkü $\{\mathbf{G}\}$ noktaları bir Bravais örgü oluşturmaktadır. En yaygın tercih, \mathbf{b}_i vektörlerini $\mathbf{b}_i \cdot \mathbf{a}_j = 2\pi\delta_{ij}$ koşulunu sağlayacak şekilde seçmektir. O zaman

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{R} = 2\pi(m_1n_1 + m_2n_2 + m_3n_3) = 2\pi N$$

olur. Yani \mathbf{b}_1 vektörünün hem \mathbf{a}_2 hem de \mathbf{a}_3 vektörlerine dik olmasını istiyoruz. $\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3$ vektörü hem \mathbf{a}_2 hem de \mathbf{a}_3 vektörüne dik olduğuna göre \mathbf{b}_1 vektörü $\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3$, vektörüne paralel olmalıdır, yani, C bir sabit olmak üzere, $\mathbf{b}_1 = C\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3$. C sabitini bulmak için, $\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{b}_1 = 2\pi$ koşulunu kullanarak, $\mathbf{a}_1 \cdot [C(\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3)] = 2\pi$ bulunur. Böylece $C = 2\pi/[\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3)]$ olarak bulunur. Geri kalan \mathbf{b}_2 ve \mathbf{b}_3 baz vektörleri de benzer şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_1 &= 2\pi \frac{\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3)} \\ \mathbf{b}_2 &= 2\pi \frac{\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1}{\mathbf{a}_2 \cdot (\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1)} \\ \mathbf{b}_3 &= 2\pi \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_3 \cdot (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2)} \end{aligned} \quad (1.11)$$

Böylece \mathbf{G} vektörlerini seçtikten sonra, $f(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r} + \mathbf{R})$ koşulunu sağlayan herhangi bir periyodik fonksiyonu, bir Fourier serisi olarak şu şekilde yazabiliriz:

$$f(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} f(\mathbf{G})e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}}$$

$f(\mathbf{G})$ katsayılarını bulmak için, denklemin her iki tarafını da $e^{-i\mathbf{G}'\cdot\mathbf{r}}$, ile çarptıktan sonra, birim hücre üzerinden hacim integralini alırız:

$$\int_{\text{cell}} f(\mathbf{r})e^{-i\mathbf{G}'\cdot\mathbf{r}} d^3\mathbf{r} = \sum_{\mathbf{G}} f(\mathbf{G}) \int_{\text{cell}} e^{i(\mathbf{G}-\mathbf{G}')\cdot\mathbf{r}} d^3\mathbf{r} \quad (1.12)$$

İntegrali hesaplamak için, \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 ve \mathbf{a}_3 vektörlerinin oluşturduğu bir paralelyüz kullanılabilir. 2 boyutlu bir versiyonu Şekil 1.2 de görülmektedir. Bu amaçla \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 , ve \mathbf{a}_3 yönlerinde u , v , w koordinatlarından oluşan bir koordinat sistemi kullanabiliriz. O zaman konum vektörü \mathbf{r} olan bir nokta

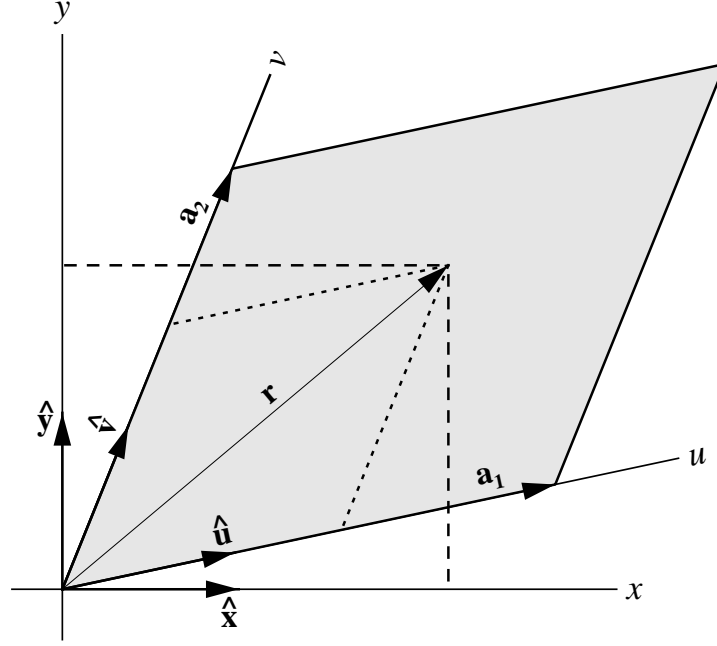
$$\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}} + z\hat{\mathbf{z}} = u\hat{\mathbf{u}} + v\hat{\mathbf{v}} + w\hat{\mathbf{w}} \quad (1.13)$$

şeklinde yazılabilir. Burada

$$\hat{\mathbf{u}} = \frac{\mathbf{a}_1}{a_1} \quad \hat{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{a}_2}{a_2} \quad \hat{\mathbf{w}} = \frac{\mathbf{a}_3}{a_3}$$

ve böylece $d^3\mathbf{r}$ hacim elemanı $du\hat{\mathbf{u}}$, $dv\hat{\mathbf{v}}$, ve $dw\hat{\mathbf{w}}$ vektörlerince tanımlanan paralelyüzün hacmi olur, ve

$$d^3\mathbf{r} = du dv dw \hat{\mathbf{u}} \cdot (\hat{\mathbf{v}} \times \hat{\mathbf{w}}) = du dv dw \frac{\mathbf{a}_1}{a_1} \cdot \left(\frac{\mathbf{a}_2}{a_2} \times \frac{\mathbf{a}_3}{a_3} \right) = du dv dw \frac{V_{\text{cell}}}{a_1 a_2 a_3} \quad (1.14)$$



Şekil 1.2: İlkel hücre ve baz vektörleri \mathbf{a}_1 and \mathbf{a}_2 .

olarak yazılabilir. Üssel fonksiyonun argümanı olarak şöyle basitleştirilebilir:

$$(\mathbf{G} - \mathbf{G}') \cdot \mathbf{r} = \mathbf{G}'' \cdot \mathbf{r} = (n_1'' \mathbf{b}_1 + n_2'' \mathbf{b}_2 + n_3'' \mathbf{b}_3) \cdot \left(u \frac{\mathbf{a}_1}{a_1} + v \frac{\mathbf{a}_2}{a_2} + w \frac{\mathbf{a}_3}{a_3} \right) = 2\pi \left(\frac{n_1'' u}{a_1} + \frac{n_2'' v}{a_2} + \frac{n_3'' w}{a_3} \right)$$

Burada son adımda $\mathbf{b}_i \cdot \mathbf{a}_j = 2\pi \delta_{ij}$ ifadesi kullanılmıştır. Bu durumda Denklem 1.12 ifadesindeki integral şöyle yazılabilir

$$\begin{aligned} \int_{\text{cell}} e^{i(\mathbf{G} - \mathbf{G}') \cdot \mathbf{r}} d^3 \mathbf{r} &= \frac{V_{\text{cell}}}{a_1 a_2 a_3} \int_0^{a_1} du \exp\left(i \frac{2\pi n_1 u}{a_1}\right) \int_0^{a_2} dv \exp\left(i \frac{2\pi n_2 v}{a_2}\right) \int_0^{a_3} dw \exp\left(i \frac{2\pi n_3 w}{a_3}\right) \\ &= V_{\text{cell}} \delta_{n_1 0} \delta_{n_2 0} \delta_{n_3 0} = V_{\text{cell}} \delta_{\mathbf{G}'' \mathbf{0}} \\ &= V_{\text{cell}} \delta_{\mathbf{G} \mathbf{G}'} \end{aligned} \quad (1.15)$$

Burada $\delta_{\mathbf{G} \mathbf{G}'}$ ifadesi üç tane Kronecker- δ fonksiyonunun çarpımı anlamında kullanılmıştır. $\mathbf{G} = n_1 \mathbf{b}_1 + n_2 \mathbf{b}_2 + n_3 \mathbf{b}_3$ ve $\mathbf{G}' = n_1' \mathbf{b}_1 + n_2' \mathbf{b}_2 + n_3' \mathbf{b}_3$ ifadelerini kullanarak $\delta_{\mathbf{G} \mathbf{G}'} \equiv \delta_{n_1 n_1'} \delta_{n_2 n_2'} \delta_{n_3 n_3'}$ yazılabilir.

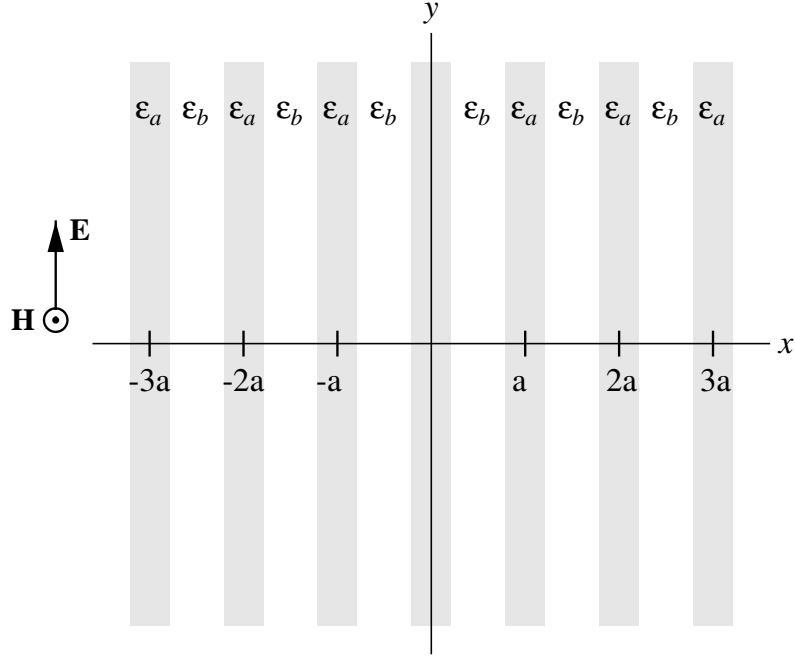
Bunu tekrar Denklem 1.12 içine koyarak ve turnakları iptal ettikten sonra

$$f(\mathbf{G}) = \frac{1}{V_{\text{cell}}} \int_{\text{cell}} f(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} d^3 \mathbf{r} \quad (1.16)$$

bulunur.

Şu ana kadar elde ettiğimiz ifadeler, içinde periyodik bir fonksiyon olan herhangi bir kısmi türevli diferansiyel denklemi çözmemizi sağlayacaktır. Bu denklem, periyodik bir potansiyel içeren Schrödinger denklemi, veya periyodik dielektrik bir ortamda Maxwell denklemleri, veya periyodik bir ortamdaki ses dalgaları olabilir.

1.4 1 Boyutlu Fotonik Kristal



Şekil 1.3: Dielektrik sabitleri ϵ_a ve ϵ_b olan dielektrik plakalardan oluşan 1 boyutlu fotonik kristal.

Örnek olarak alacağımız en basit problem, Maxwell denklemlerinin 1 boyutlu periyodik bir dielektrik ortamda çözümü olabilir. 1 boyutlu bir ortamda, dielektrik sabiti sadece tek bir koordinata, örneğin z koordinatına bağlı olarak değişir, yani $\epsilon(\mathbf{r}) = \epsilon(z)$. Elektrik alan vektörü \mathbf{E} 'yi x -ekseni yönünde alırsak, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_x(z, t) \mathbf{i}$, ve manyetik alan vektörünü de y -ekseni yönünde alırsak, $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = H_y(z, t) \mathbf{j}$, $E_y = E_z = H_x = H_z = 0$ olur ve Denklem 1.7 şu şekilde basitleşir:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \epsilon(z) \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}$$

Zamana bağıllığı ifade etmek için

$$E_x(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega E_x(z, \omega) e^{-i\omega t}$$

yazarız ve denklemde yerine koyduğumuzda

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega t} \left\{ \frac{\partial^2 E_x(z, \omega)}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(z) E_x(z, \omega) \right\} = 0 \quad (1.17)$$

elde ederiz. Böylece bu ifade braketler arasındaki ifadenin Fourier dönüşümü olduğundan, tüm ω değerleri için

$$\frac{\partial^2 E_x(z)}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(z) E_x(z) = 0 \quad (1.18)$$

sonucuna varırız.

Şimdi

$$E_x(\mathbf{r}) = \int_{\text{all } \mathbf{q}} d\mathbf{q} E_x(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}}$$

diye yazarsak Denklem 1.18 şu hale gelir:

$$\int_{\text{all } \mathbf{q}} d\mathbf{q} E_x(\mathbf{q}) \frac{\partial^2}{\partial z^2} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} + \frac{\omega^2}{c^2} \left[\sum_{\mathbf{G}} \epsilon(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \right] \int_{\text{all } \mathbf{q}} d\mathbf{q} E_x(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} = 0 \quad (1.19)$$

Buradaki integral tüm \mathbf{q} uzayını kapsar. Bu uzayı ters uzaydaki birim hücreler üzerinden bir integral olarak düşünersek, integrali

$$\int_{\text{all } \mathbf{q}} d\mathbf{q} f(\mathbf{q}) \rightarrow \int_{\text{cell}} d\mathbf{k} \sum_{\mathbf{G}} f(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \quad (1.20)$$

olarak yazabiliriz. Buradaki \mathbf{k} şimdi ters uzayda sadece $\mathbf{b}_1 \cdot (\mathbf{b}_2 \times \mathbf{b}_3)$ hacimli bir birim hücreyi kapsar ve \mathbf{G} üzerinden olan toplam ise tüm ters uzay vektörleri üzerinden olur.

$$\int_{\text{cell}} d\mathbf{k} \sum_{\mathbf{G}} E_x(\mathbf{k} + \mathbf{G}) (-|\mathbf{k} + \mathbf{G}|^2) e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{G})\cdot\mathbf{r}} + \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{\mathbf{G}''} \epsilon(\mathbf{G}'') e^{i\mathbf{G}''\cdot\mathbf{r}} \int_{\text{cell}} d\mathbf{k} \sum_{\mathbf{G}'} E_x(\mathbf{k} + \mathbf{G}') e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{G}')\cdot\mathbf{r}} = 0$$

İkinci terimde $\mathbf{G} = \mathbf{G}' + \mathbf{G}''$ dersek ve yeniden düzenlersek

$$\int_{\text{cell}} d\mathbf{k} \sum_{\mathbf{G}} e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{G})\cdot\mathbf{r}} \left\{ -|\mathbf{k} + \mathbf{G}|^2 E_x(\mathbf{k} + \mathbf{G}) + \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{\mathbf{G}'} \epsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}') E_x(\mathbf{k} + \mathbf{G}') \right\} = 0$$

buluruz. Veya Denklem 1.20 ifadesini yeniden kullanarak

$$\int_{\text{all } \mathbf{q}} d\mathbf{q} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \left\{ -|\mathbf{k} + \mathbf{G}|^2 E_x(\mathbf{k} + \mathbf{G}) + \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{\mathbf{G}'} \epsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}') E_x(\mathbf{k} + \mathbf{G}') \right\} = 0$$

elde edilir. Braketler içindeki terimin Fourier dönüşümü sıfır olduğundan braketler içindeki terimin kendisi, tüm \mathbf{k} ve \mathbf{G} değerleri için sıfır olmalıdır. Böylece

$$|\mathbf{k} + \mathbf{G}|^2 E_x(\mathbf{k} + \mathbf{G}) = \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{\mathbf{G}'} \epsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}') E_x(\mathbf{k} + \mathbf{G}') \quad (1.21)$$

elde edilir. $\mathbf{k} = k\hat{z}$, $\mathbf{G} = \mathbf{G}_n = n(2\pi/a)\hat{z}$, $\mathbf{G}' = \mathbf{G}_m = m(2\pi/a)\hat{x}$, ve $E_n = E_x(\mathbf{k} + \mathbf{G}_n)$ ifadeleri ile birlikte bu denklem sonsuz boyutlu bir özdeğer problemidir:

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{B}\mathbf{x}$$

Burada

$$\begin{aligned} A_{nm} &= \delta_{nm} \left| k + n \frac{2\pi}{a} \right|^2 \\ \mathbf{x}_n &= E_{\mathbf{k}}(\mathbf{G}_n) \\ \lambda &= \frac{\omega^2}{c^2} \\ \mathbf{B}_{nm} &= \epsilon(\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_m) = \frac{1}{V_{\text{cell}}} \int_{\text{cell}} \epsilon(\mathbf{r}) e^{-i(\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_m)\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (1.22)$$

Bu noktada, eğer $\epsilon(\mathbf{r})$ gerçel ise, o zaman \mathbf{B} Hermisiyen olmalıdır, çünkü

$$\mathbf{B}_{nm} = \epsilon(\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_m) = \frac{1}{V_{\text{cell}}} \int_{\text{cell}} \epsilon(\mathbf{r}) e^{-i(\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_m)\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r} = \left[\frac{1}{V_{\text{cell}}} \int_{\text{cell}} \epsilon(\mathbf{r}) e^{-i(\mathbf{G}_m - \mathbf{G}_n)\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r} \right]^* = \mathbf{B}_{mn}^* \quad (1.23)$$

Dahası, eğer $\epsilon(\mathbf{r})$ orijin etrafında simetrik ise, yani, eğer $\epsilon(\mathbf{r}) = \epsilon(-\mathbf{r})$ ise, o zaman

$$\mathbf{B}_{nm} = \epsilon(\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_m) \quad (1.24)$$

$$= \frac{1}{V_{\text{cell}}} \int_{\text{cell}} \epsilon(\mathbf{r}) e^{-i(\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_m) \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r} \quad (1.25)$$

$$= \frac{1}{V_{\text{cell}}} \int_{\text{cell}} \epsilon(\mathbf{r}) \{ \cos [(\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_m) \cdot \mathbf{r}] + i \sin [(\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_m) \cdot \mathbf{r}] \} d\mathbf{r} \quad (1.26)$$

$$= \frac{1}{V_{\text{cell}}} \int_{\text{cell}} \epsilon(\mathbf{r}) \cos [(\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_m) \cdot \mathbf{r}] d\mathbf{r} \quad (1.27)$$

$$= \frac{1}{V_{\text{cell}}} \int_{\text{cell}} \epsilon(\mathbf{r}) \cos [(\mathbf{G}_m - \mathbf{G}_n) \cdot \mathbf{r}] d\mathbf{r} \quad (1.28)$$

$$= \frac{1}{V_{\text{cell}}} \int_{\text{cell}} \epsilon(\mathbf{r}) \{ \cos [(\mathbf{G}_m - \mathbf{G}_n) \cdot \mathbf{r}] + i \sin [(\mathbf{G}_m - \mathbf{G}_n) \cdot \mathbf{r}] \} d\mathbf{r} \quad (1.29)$$

$$= \frac{1}{V_{\text{cell}}} \int_{\text{cell}} \epsilon(\mathbf{r}) e^{-i(\mathbf{G}_m - \mathbf{G}_n) \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r} \quad (1.30)$$

$$= \mathbf{B}_{mn} \quad (1.31)$$

olur yani simetriktir.

Denklem 1.22 sonsuz boyutlu matris özdeğer denklemi olduğundan bunu nasıl kesip sonlu bir matris özdeğer problemi haline getireceğimize karar vermemiz gerekir. E_x bir Fourier serisi olarak yazıldığından, genelde Fourier serileri büyük G değerleri için G arttıkça azalan bir fonksiyon olacağını bildiğimiz için en isabetli seçim \mathbf{G} vektörünün mutlak değerinin belli bir değerden daha küçük olduğu noktaları almak olacaktır. Yani seçtiğimiz yeterince büyük bir G_{max} değeri için $|\mathbf{G}| < G_{\text{max}}$ koşulunu sağlayan \mathbf{G} noktaları en makul seçim olacaktır. Tabii ki bu koşulu sağlayan N tane \mathbf{G} noktasını kullanarak elde edilecek matrislerin kullandığımız bilgisayarın fiziksel sınırlarını aşmaması gerekir.

Tabii ki her bilgisayar hem işlem kapasitesi hem de bellek kapasitesi açısından sınırlıdır ve problemin hem bellek kapasitesi, hem de işlem süresi gereksinimlerini asgariye indirmenin yollarını aramak iyi fikir olur. Problem, dikkat edilirse genelleştirilmiş bir özdeğer problemidir. Yani iki tane matrisi bellekte saklamayı gerektirir. Ama iki matris de simetrik olduğu için, kabaca sadece yarısını bellekte saklamak yeterli olacaktır. Daha da ötesi, bu problemi bir benzerlik transformasyonu ile adi özdeğer denklemine dönüştürmek de mümkündür. Bu amaçla $\mathbf{S}_{nm} \equiv |\mathbf{k} + \mathbf{G}_n| \delta_{nm}$ matrisini tanımlarsak, o zaman Denklem 1.22 içinde $\mathbf{A} = \mathbf{S}^2$ olur, ve

$$\mathbf{S}\mathbf{S}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{B}\mathbf{x} \quad (1.32)$$

Denklemin her iki tarafını da $\mathbf{S}\mathbf{B}^{-1}$ matrisi ile çarparsak

$$(\mathbf{S}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{S})(\mathbf{S}\mathbf{x}) = \lambda(\mathbf{S}\mathbf{x}) \quad (1.33)$$

$$\tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}} = \lambda\tilde{\mathbf{x}} \quad (1.34)$$

elde ederiz. Bu denklem adi bir özdeğer denklemdir.

$$\tilde{\mathbf{A}}_{nm} = (\mathbf{S}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{S})_{nm} = \sum_j \sum_l |\mathbf{k} + \mathbf{G}_n| \delta_{nj} (\mathbf{B}^{-1})_{jl} |\mathbf{k} + \mathbf{G}_m| \delta_{lm} = |\mathbf{k} + \mathbf{G}_n| (\mathbf{B}^{-1})_{nm} |\mathbf{k} + \mathbf{G}_m| \quad (1.35)$$

ve

$$\tilde{\mathbf{x}}_n = (\mathbf{S}\mathbf{x})_n = \sum_j |\mathbf{k} + \mathbf{G}_n| \delta_{nj} \mathbf{x}_j = |\mathbf{k} + \mathbf{G}_n| \mathbf{x}_n \quad (1.36)$$

1.5 Alternatif Yöntem

Uygulanabilecek diğer bir yöntem, manyetik alan için yazdığımız Denklem 1.8 ile başlamak olabilir. Elektrik alanı x yönünde seçtiğimiz için manyetik alanı y yönünde seçeriz, yani $H_x = H_z = 0$ olur. Şimdilik sadece z yönünde ilerleyen dalgaları gözönüne alırsak, $\mu(\mathbf{r}) = 1$ ve $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = H_y(z, t)\hat{y}$ olur ve Denklem 1.8 aşağıdaki şekilde sadeleştirilebilir.

$$\nabla \times [\eta(z)\nabla \times H_y(z, t)\hat{y}] + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} H_y(z, t)\hat{y} = 0 \quad (1.37)$$

Burada $\eta(\mathbf{r}) \equiv 1/\epsilon(\mathbf{r})$ olarak tanımlanmıştır. Zaman bağımlılığı yine ayrılabilir.

$$H_y(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega H_y(z) e^{-i\omega t}$$

ve

$$\hat{y} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega t} \left\{ -\frac{d}{dz} \left[\eta(z) \frac{dH_y}{dz} \right] - \frac{\omega^2}{c^2} H_y(z) \right\} = 0 \quad (1.38)$$

elde edilir.

Yine, braketler içindeki ifadenin 0 olması gerekir. 1.7 denklemine varmak için uyguladığımız işlemleri tekrarlayarak

$$H_y(\mathbf{r}) = \int_{\text{all } \mathbf{q}} d\mathbf{q} H_y(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} = \int_{\text{cell}} d\mathbf{k} \sum_{\mathbf{G}} H_y(\mathbf{k} + \mathbf{G}) e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{G})\cdot\mathbf{r}}$$

$$\frac{d}{dz} H_y(z) = \int_{\text{all } \mathbf{q}} d\mathbf{q} i|\mathbf{q}| H_y(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} = \int_{\text{cell}} d\mathbf{k} \sum_{\mathbf{G}} i|\mathbf{k} + \mathbf{G}| H_y(\mathbf{k} + \mathbf{G}) e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{G})\cdot\mathbf{r}}$$

ve Denklem 1.38 içine yerleştirerek

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left[\left(\sum_{\mathbf{G}''} \eta(\mathbf{G}'') e^{i\mathbf{G}''\cdot\mathbf{r}} \right) \left(\int_{\text{cell}} d\mathbf{k} \sum_{\mathbf{G}'} i|\mathbf{k} + \mathbf{G}'| H_y(\mathbf{k} + \mathbf{G}') e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{G}')\cdot\mathbf{r}} \right) \right] + \frac{\omega^2}{c^2} \int_{\text{cell}} d\mathbf{k} \sum_{\mathbf{G}} H_y(\mathbf{k} + \mathbf{G}) e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{G})\cdot\mathbf{r}} &= 0 \\ \frac{d}{dz} \left[\int_{\text{cell}} d\mathbf{k} \sum_{\mathbf{G}''} \sum_{\mathbf{G}'} \eta(\mathbf{G}'') i|\mathbf{k} + \mathbf{G}'| H_y(\mathbf{k} + \mathbf{G}') e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{G}'' + \mathbf{G}')\cdot\mathbf{r}} \right] + \frac{\omega^2}{c^2} \int_{\text{cell}} d\mathbf{k} \sum_{\mathbf{G}} H_y(\mathbf{k} + \mathbf{G}) e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{G})\cdot\mathbf{r}} &= 0 \end{aligned}$$

elde ederiz. İlk terimde $\mathbf{G} \equiv \mathbf{G}'' + \mathbf{G}'$ koyarak \mathbf{G}'' teriminden kurtulabiliriz:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left[\int_{\text{cell}} d\mathbf{k} \sum_{\mathbf{G}} \sum_{\mathbf{G}'} \eta(\mathbf{G} - \mathbf{G}') i|\mathbf{k} + \mathbf{G}'| H_y(\mathbf{k} + \mathbf{G}') e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{G})\cdot\mathbf{r}} \right] + \frac{\omega^2}{c^2} \int_{\text{cell}} d\mathbf{k} \sum_{\mathbf{G}} H_y(\mathbf{k} + \mathbf{G}) e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{G})\cdot\mathbf{r}} &= 0 \\ \int_{\text{cell}} d\mathbf{k} \sum_{\mathbf{G}} e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{G})\cdot\mathbf{r}} \left\{ \sum_{\mathbf{G}'} i|\mathbf{k} + \mathbf{G}'| \eta(\mathbf{G} - \mathbf{G}') i|\mathbf{k} + \mathbf{G}'| H_y(\mathbf{k} + \mathbf{G}') + \frac{\omega^2}{c^2} H_y(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \right\} &= 0 \\ \int_{\text{all } \mathbf{q}} d\mathbf{q} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \left\{ -\sum_{\mathbf{G}'} |\mathbf{k} + \mathbf{G}'| \eta(\mathbf{G} - \mathbf{G}') |\mathbf{k} + \mathbf{G}'| H_y(\mathbf{k} + \mathbf{G}') + \frac{\omega^2}{c^2} H_y(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \right\} &= 0 \end{aligned}$$

Yine, braketler içindeki terim sıfır olmak zorundadır, böylece

$$\sum_{\mathbf{G}'} |\mathbf{k} + \mathbf{G}| \eta(\mathbf{G} - \mathbf{G}') |\mathbf{k} + \mathbf{G}'| H_y(\mathbf{k} + \mathbf{G}') = \frac{\omega^2}{c^2} H_y(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \quad (1.39)$$

Bu, $Ax = \lambda x$ formunda bir adi hermityen özdeğer problemidir.

$$\begin{aligned} A_{nm} &= |\mathbf{k} + \mathbf{G}_n| \eta(\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_m) |\mathbf{k} + \mathbf{G}_m| \\ \mathbf{x}_n &= H_y(\mathbf{k} + \mathbf{G}_n) \\ \lambda &= \frac{\omega^2}{c^2} \end{aligned}$$

ve E_x için bulduğumuz probleme çok benzemektedir, fakat bir önemli farkla. Birinde sonsuz boyutlu $\epsilon(\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_m)$ matrisinin tersi vardır diğeri ise $\eta(\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_m)$ matrisi. Gerçekten de sonsuz boyutlu $\epsilon(\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_m)$ matrisinin tersi $\eta(\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_m)$ matrisini verir. Ancak $\epsilon(\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_m)$ matrisini önce kesip sonra tersini aldığımızda bulacağımız matris ile $\eta(\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_m)$ matrisini keserek elde edeceğimiz matrisler çok farklı olabilir. Bu da bize problemi çözmek için iki farklı yöntem verir. Matris boyutları yeterince büyük olduğunda bu iki yöntem birbirlerine yakın sonuçlar vermekle birlikte, ortamı oluşturan maddelerin dielektrik sabitleri çok farklı olduğunda çıkan sonuçlar da çok farklı olabilir.

1.6 Bant Yapısı

Belli bir k değeri için, genelleştirilmiş özdeğer problemi olan Denklem 1.21, veya onun adi özdeğer formu olan Denklem 1.35, veya Denklem 1.39, N tane \mathbf{G} noktası alınarak çözülebilir ve ω_{nk} , $n = 1, \dots, N$ olarak isimlendirebileceğimiz N tane frekans değeri bulunur. 1.21, 1.35 ve 1.39 denklemlerinin Hermityen olmasından dolayı, çıkan ω_{nk}^2 değerleri gerçel sayılar olur.

k vektörü Brillouin Bölgesi içinde herhangi bir vektör olabileceği için, k vektörünü değiştirerek verilen dielektrik ortam için *bant yapısı* bulunabilir. 1 boyutlu bir ortamda, Brillouin Bölgesi $k = -\pi/a\hat{x}$ ve $k = +\pi/a\hat{x}$ arasındadır. Böylece bant yapısı bu aralıkta k değerleri alınarak bulunabilir.

Eğer belli bir $\omega_1 - \omega_2$ frekans aralığında, Brillouin Bölgesi içindeki herhangi bir k değeri için hiçbir frekans yoksa, o zaman o frekans aralığına *fotonik bant boşluğu* denir. Göreceli bant boşluğu ise

$$\% \text{ gap} \equiv \frac{\omega_2 - \omega_1}{\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right)}$$

olarak tanımlanabilir ve bant boşluğunun "kuvveti" olarak düşünülebilir. Bant boşluğunun önemli özelliği, frekansı o aralıkta olan hiçbir elektromanyetik dalganın dielektrik yapı içinde ilerleyememesidir. Dışarıdan bant boşluğu içindeki bir frekansta dalga gönderilmesi halinde ise bu dalganın dalga vektörü imajiner olacağından, dalga fotonik kristal içinde exponansiyel olarak sönümlenecek ve enerji iletimi olmayacaktır.

1.7 1 Boyutlu Dalga Kılavuzu

1 boyutlu fotonik kristal dalga kılavuzlarının modellemesini yaptık. Cam ve havadan oluşan iki bileşenli fotonik kristalin içine periyodik yapıyı bozan geniş bir hava tabakası konduğunda, bu hava tabakası bir kusur oluşturup, elektromanyetik dalgaların dışarı kaçmadan yayılabildiği bir dalga kılavuzu görevi görür. Sıradan dalga kılavuzlarından farklı olarak, dalgaların yoğunlaştığı ortam (core) yüksek kırınım endeksli değil, düşük kırınım endekslidir. Bu da kılavuzlanmanın, Snell yasası gereği toplam iç yansıma ile değil, fotonik kristal özellikleri sayesinde olduğunu gösteriyor. Dalganın yayıldığı yöndeki yayılma vektörüne β , dalganın frekansına da ω dersek, Maxwell kanunlarını kullanarak Şekil A.1 de görülen ω vs β grafiğini çizebiliriz. Burada kırmızı eğriler kılavuzlanan modları, siyah eğriler ise kılavuzlanmayan fotonik kristal modlarını gösteriyor. Bu grafikten, belli bir frekansta kılavuzlanmanın olup olmayacağı, tek modlu mu yoksa çift modlu mu olacağı, veya kılavuzlanan dalganın grup hızının ne olacağı, veya kılavuzlanan dalganın dağıtımının (dispersion) ne kadar olacağı gibi çok önemli bilgiler çıkartmak mümkündür.

- Belli bir frekans değerinde yatay bir çizgi çizersek, bu çizginin kırmızı eğrileri kestiği noktalardaki β değerleri için kılavuzlanma olacaktır. Eğer bu çizgi hiçbir kırmızı eğriyi kesmiyorsa, o frekans değeri için kılavuzlanma olmayacak, eğer sadece bir noktada kesişim varsa, kılavuzlanma tek modlu (single mode) olacak, eğer birden fazla noktada kesiyorsa çok modlu (multimode) kılavuzlanma olacaktır. Grafikten şunları çıkartabiliriz:

0	<	ω	<	0.41667	kılavuzlanma yok
0.41667	<	ω	<	0.95	tek modlu kılavuzlanma
0.95	<	ω	<	1.15	kılavuzlanma yok
1.15	<	ω	<	1.5	Çift modlu kılavuzlanma

- Yatay mavi ve yeşil çizgilerin kırmızı eğrileri kestikleri noktalarda kırmızı eğrilerin eğimi, yani $d\omega/d\beta$, dalga paketinin grup hızını verir. Örneğin $w = 1.4$ için her bir mod farklı grup hızlarında hareket edecektir. Bunu da Şekil A.3 da görmek mümkündür. İki paket farklı hızlarda hareket etmektedir.
- Sözkonusu kesişme noktalarında, kırmızı eğrinin 2. türevi, $d^2\omega/d\beta^2$, o frekanstaki dalganın dağıtımıyla orantılıdır. Dağıtım ise dalga paketinin, kılavuz içinde hareket ettikçe ne kadar genişleyeceğini gösterir. Bu da veri iletişimde çok kritik bir parametredir, çünkü dijital verilerde arka arkaya iki bitin birbirine girmemesi dağıtımın düşük olmasına bağlıdır. Şekil A.2 dağıtımın yüksek olması durumunda paketin nasıl genişleyebileceğini gösteriyor.

2. Fotonik Kristal Destekli 90° Dalga

Kılavuzu Dönüşü

2.1 Giriş

Optik entegre uygulamalarında 90° lik dönüş önemlidir. Fakat ışığın dönüşü esnasında kayıp oluşmaktadır. Optik devre uygulamalarında 90 derecelik dönüşün önemi nedeniyle şuna kadar gerek deneysel gerekse teorik bir çok çalışma yapılmıştır (Charlton, 2000, Leonard, 2000).

Bu çalışmaların birçoğunda altıgen simetriye sahip altıgen yapılar kullanılmıştır. Bunun sebebi hem TE hem de TM modları için aynı frekans aralığında bant boşluğu elde edebilmesidir (Baba, 1999, Oliver, 2002, Notomi, 2005). Fakat optik devrelerde genellikle ışığı 90° lik dönüşü sağlayarak belli bir alana hapsedmek isteriz ve bunu altıgen yapı ile sağlayabilmemizin mümkün değildir çünkü altıgen yapıların dönüş açıları 60° veya 120° olabilir.

Bunun haricindeki diğer çalışmalar ise daha çok geometrinin köşe (yani dönüş kısmını) optimize etmeye dayalı çalışmalardır (Chow, 2001, Oliver, 2001, Borel, 2004, Jensen, 2004). Genellikle ışığın daha az kayıpla dönmesini sağlayabilmek için köşeye çubuklar ekleyip çıkartılmıştır (Chutinan, 2002, Talneau 2002, Ntakis, 2004). Optimize edilmiş bu yapılar iletimi arttırmak için kolay bir yöntem gibi görünse de, kullanışlı değildir çünkü geometrisi karmaşıktır ve üretimi zordur.

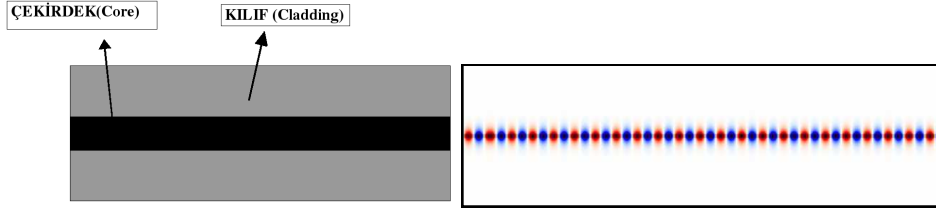
Bu yüzden bizim öngördüğümüz modelleme ilk defa denenmiş olup, son derece basit bir geometriye sahiptir. Kayıpları azaltabilmek için öngördüğümüz modellemede 1 Boyutlu Fotonik Kristal Dalga Kılavuzu'nun (1B FKDK) dönüş kısmı 2 Boyutlu Çizgisel Kusurlu Dalga Kılavuzu (2B ÇKDK) ile desteklenmiştir. Aynı zaman da, farklı köşe geometrileri ve dönme yarıçapları da gözönüne alınarak iletim hesaplanmıştır. Böylelikle çok basit bir geometriyle ne kadar yüksek iletim elde edilebileceği gösterilmiştir.

2.2 1 Boyutlu Dalga Kılavuzu

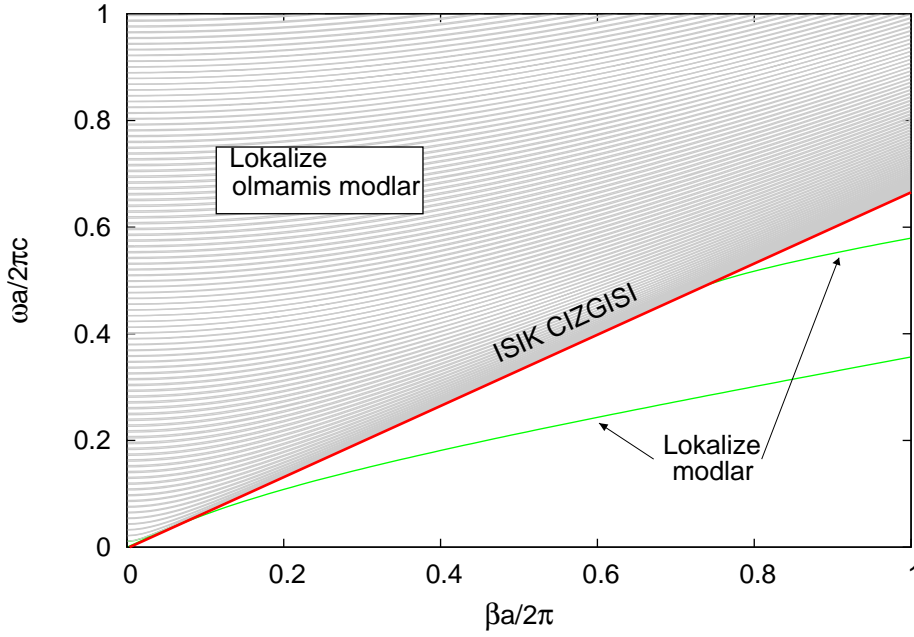
Öngördüğümüz modellemeden bahsetmeden önce 90° lik dönüşte neden ve nasıl kayıp oluştuğunu çok basit bir geometri olan 1 boyutlu dalga kılavuzu (1B DK) ile açıklamak ve göstermek yararlı olacaktır (Şek.2.1).

1B dielektrik sabiti $\epsilon_a = 13$ olan silikondan yapılmış çubuğun (arka planı $\epsilon_b = 2.25$) bant yapısını çıkartırsak, ışık çizgisinin (light line) üstündeki modların lokalize olmamış modlar (radiating modes) ve altındaki kesiksiz çizgiler ise lokalize olmuş modları (kılavuzlanmayı

destekleyen modlar) göstermektedir (Şek.2.2).



Şekil 2.1: 1 boyutlu dalga kılavuzunun kalınlığı \tilde{d} olup dielektrik sabiti $\epsilon_a = 13$ ve silika $\epsilon_b = 2.25$ olan dielektrik ortama gömülmüştür. Bu yapı için sürekli tek renkli dalga kullanılarak FDTD simülasyonu sonucu gösterilmektedir.

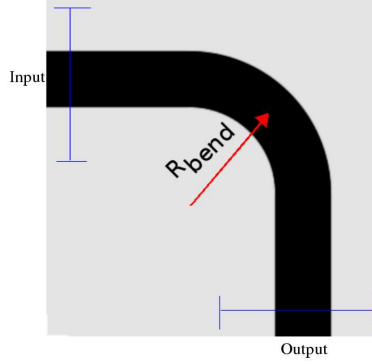


Şekil 2.2: 1 boyutlu dalga kılavuzunun TE modu için bant yapısı. Dalga kılavuzunun çekirdeği silikondan ve kılıfı silikadan oluşmaktadır, gölgeli bölgeler lokalize olmamış modları, kesiksiz yeşil çizgiler ise tek modlu kılavuzlanmayı sağlayan lokalize modları göstermektedir. Kırmızı çizgi ise ışık çizgisidir. Dalga kılavuzunun kalınlığı $\tilde{d} \equiv 2\pi d/a = 2$ ve dielektrik sabiti $\epsilon_a = 13$ 'tir. Silika kılıfın ise dielektrik sabiti $\epsilon_b = 2.25$ 'tir.

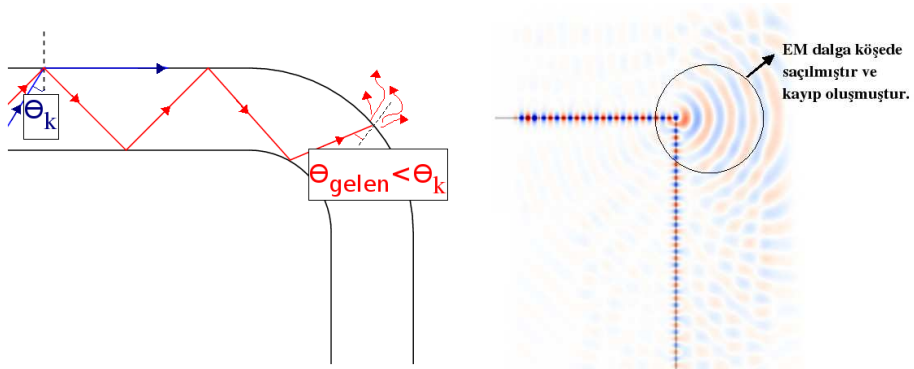
1B DK için yukarıda elde ettiğimiz bant yapısını kullanarak, tek modlu kılavuzlanmayı destekleyen bir frekans seçip FDTD ile simülasyonunu yaparsak görürüz ki; bu yapı elektromanyetik (EM) dalgaların dışarı kaçmadan ilerleyebildiği bir dalga kılavuzudur (Şek.2.1).

Kılavuzlanma Snell yasası gereği Toplam İç Yansımaya (Total Internal Reflection) ile gerçekleşir çünkü dalgaların yoğunlaştığı ortam yüksek kırınım endeksidir. Ancak optik devrelerde çoğunlukla ışığı 90° döndürmek istediğimizden bahsetmiştik. Şimdi eğer bu yapıyı çok az büksek ışığın birçoğu köşeden kaçacaktır. Bu durumun başlıca sebebi, ışığın geliş açısının toplam iç yansımının gerçekleşmesi için çok küçük olduğundan kaynaklanmaktadır.

Sonuç olarak şu ana kadar çok basit geometriye sahip 1B DK kullanarak ışığın dönüşü esnasında neden kayıp oluştuğunu açıkladık. Aslında bu sorun dönme yarıçapı artırılarak çözülebilir, fakat kayıpların makul bir seviyede olması için dönme yarıçapının çok büyük olması gerekir ki bu da optik devrelerin alanını çok büyüteceğinden pratikte elverişli değildir.



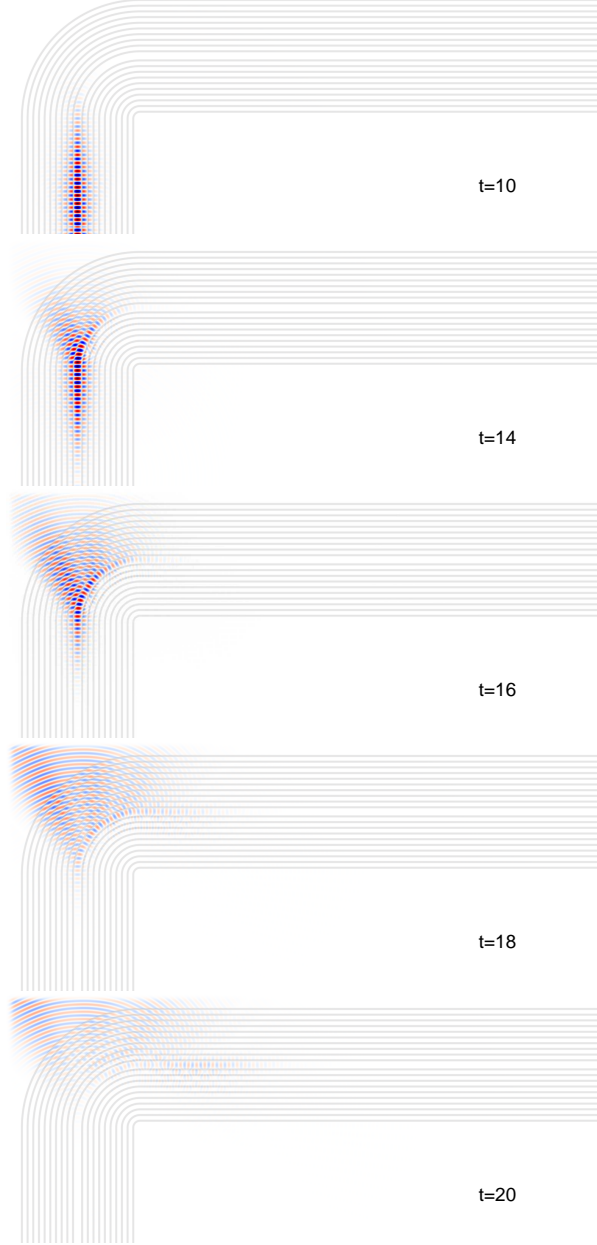
Şekil 2.3: 1 boyutlu kalınlığı \tilde{d} olan dalga kılavuzu 90° döndürülmüştür, ve R_{bend} dönme yarıçapıdır.



Şekil 2.4: Kullandığımız dielektrik dalga kılavuzunu çok az büksek, ışık köşeden kaçmaktadır. Dönüş yarıçapı dalga kılavuzunun kalınlığı kadar $R_{\text{bend}} = \tilde{d}$ ve normalize frekans tek modlu kılavuzlanmayı destekleyen $\omega a/2\pi = 0.2667$ seçilmiştir.

2.3 1 Boyutlu Fotonik Kristal Dalga Kılavuzu

Bir önceki bölümde tek bir dalga kılavuzu kullanarak ışığı döndüremeyeceğimizi açıkladık. Bu bölümde ise 1 boyutlu fotonik kristal dalga kılavuzu (1B FKDK) kullanarak ışığı döndürmeyi deneyelim ve neden uygun olmadığını gösterelim.



Şekil 2.5: 1 boyutlu silika/hava bileşenli fotonik kristal dalga kılavuzunun 90° dönüşü. Neredeyse EM dalgaların tümü köşeden saçılmıştır, ve bu yüzden iletim oldukça düşüktür.

Silika/hava bileşenli fotonik kristalden bir sıra silika çubuk çıkartılarak kusur oluşturulmuş ve ışığın o bölgeye hapsolmesi sağlanmıştır. Ancak simülasyon sonuçlarından da görüldüğü gibi bu tarz bir geometri ışığı 90° döndürmek için uygun değildir, çünkü ışık köşeden kaçmaktadır (Şek.2.5).

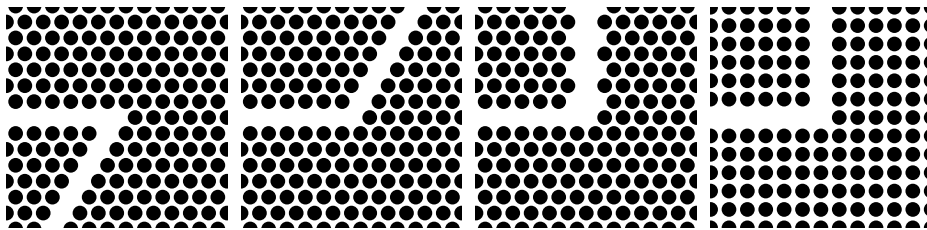
Bu sorunun üstesinden gelmek için 2 boyutlu çizgisel kusurlu dalga kılavuzu (2B ÇKDK) kullanılabilir. 2B ÇKDK'larda 1B FKDK'ların aksine EM dalga dönüş esnasında daha az kayba uğramaktadır (Mekis, 1996, Chutinan, 2002, Roh, 2003, Malkova, 2003, Kim, 2004, Lee, 2006). Çünkü 2B fotonik kristallerde oldukça geniş bir yasaklanmış bant aralığı vardır ve kullanılan frekans bu bant aralığında ise neredeyse kayıpsız olarak dönüş gerçekleştirebilmektedir. Fakat 2B ÇKDK yapılarındaki başlıca problem üretim hatalarından dolayı düz ve uzun yollarda kayıpların oluşmasıdır.

Bunun yerine Notomi (Notomi 2005) dalganın ilerleme yönünde periyodik olmayan 1B FKDK kullanıp dispersiyonu ve azalmayı engelleyebileceği bir geometriyi çözüm göstermiştir. Her ne kadar 1 boyutlu bir yapı 2 boyutlu bir yapıya göre daha basit bir geometriye sahip olsa bile 90° 'lik dönüş için uygun olmadığını Şek.2.5'da göstermiştik.

Şuana kadar bahsettiğimiz bütün bu nedenlerden dolayı dönüş esnasında oluşan kayıpları azaltabilmek için; en etkili yöntem düz kısımlar için 1B FKDK kullanmak ama dönüş kısmında köşeyi 2B ÇKDK ile desteklemektir. Bunu başarabilmek için, ışık 1B FKDK'ya girecek buradan 2B ÇKDK'ya geçerek köşeyi gerekli açıyla saçılmadan dönecek ve tekrar 1B FKDK'ya girerek tekrar uzun bir mesafeyi alabilecektir. Böylelikle EM dalga çok az bir kayıpla hem uzun ve düz yollardan hem de sert köşelerden geçerek ilerleyebilecektir.

2.4 Köşe Elemanı Neden 2B Kare Örgülü Fotonik Kristal?

90° derecelik dönüşte köşe elemanı olarak 2 boyutlu fotonik kristal geometrisi seçilmesinin nedeni daha önce de bahsettiğimiz gibi yasaklı bant aralığının genişliğinden kaynaklanmaktadır. Bu durumdan dolayı 2B FK için birden fazla seçenek söz konusudur. Bunlardan daha çok tercih edilen altıgen simetriye sahip altıgen örgüdür çünkü genellikle hem TE hem de TM modları için aynı frekans aralığında bant aralığına sahiptirler. Altıgen yapı için 60° ve 120° derecelik dönüşlerde sorun oluşmamaktadır çünkü dönüşten önce ve sonraki dalga kılavuzları aynıdır. Ancak 90° derecelik dönüşten sonra oluşan dalga kılavuzu, önceki dalga kılavuzundan farklı olmak zorundadır. Dolayısıyla 90° 'lik dönüş için altıgen yapı uygun değildir çünkü simetri bozulmaktadır, ve dönüşten önceki ve sonraki dalga kılavuzları farklı olduğu için iki dalga kılavuzundaki modların farklı olması yüzünden gelen dalganın bir kısmı yansımak zorunda kalacaktır. Ancak kare örgüye sahip fotonik kristal için durum böyle değildir. İçinde oluşturduğumuz 90° derecelik dönüşten sonra L-şeklindeki dalga kılavuzu görüntüsünden de anlaşıldığı üzere simetrisini korumaktadır (Şek.2.6).



Şekil 2.6: Altıgen fotonik kristalin içinde oluşturulabilecek 60° 'lik, 120° 'lik ve 90° 'lik dönüşler ile kare örgüye sahip fotonik kristalin içinde oluşturulabilecek 90° 'lik dönüş.

Bu sebeple 90° dönüşü sağlayabilmek için en uygun köşe yapısı kare örgüye sahip fo-

tonik kristallerdir çünkü dalga kılavuzu 90° 'lik dönüşten sonra da simetrisini koruyacaktır. Öngördüğümüz modelleme de 1B FKDK'nın dönüş kısmı 2B ÇKDK ile aynen devam ettirdik, böylelikle ışık 1B FKDK'dan 2B ÇKDK'ya iletilecek, köşeyi dönmesi gereken açıyla dönüp tekrar 1B FKDK hattına giricek ve yarattığımız dalga kılavuzunun simetrisi bozulmayacaktır.

2.5 Köşe Elemanları

Bir önceki bölümde bahsettiğimiz gibi 90° dönüş için alternatif köşe elemanları mevcuttur, ve aşağıdaki tabloda bunlardan bazıları özet halinde gösterilmiştir.

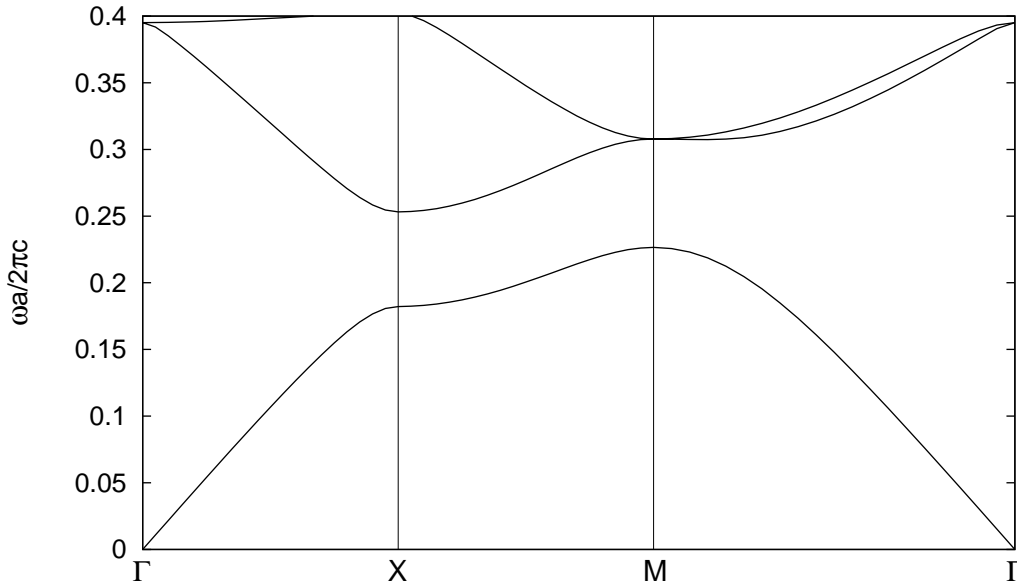
Hekzagonal Örgü	Uygun Değil		
Kare Örgü	Silindirik Çubuklar	Silika çubuklar Si ortamında	{Çekirdekli Çekirdeksiz
		Silica çubuklar Silica ortamında	{Çekirdekli Çekirdeksiz
	Kare Çubuklar	Silica çubuklar Si ortamında	{Çekirdekli Çekirdeksiz
		Silica çubuklar Silica ortamında	{Çekirdekli Çekirdeksiz
Dama (45° dönmüş Kare)	Silindirik Çubuklar	Silica çubuklar Si ortamında	{Çekirdekli Çekirdeksiz
		Silica çubuklar Silica ortamında	{Çekirdekli Çekirdeksiz
	Kare Çubuklar	Silica çubuklar Si ortamında	{Çekirdekli Çekirdeksiz
		Silica çubuklar Silica ortamında	{Çekirdekli Çekirdeksiz

2.6 Silika Çubuklar Silikon Ortamında

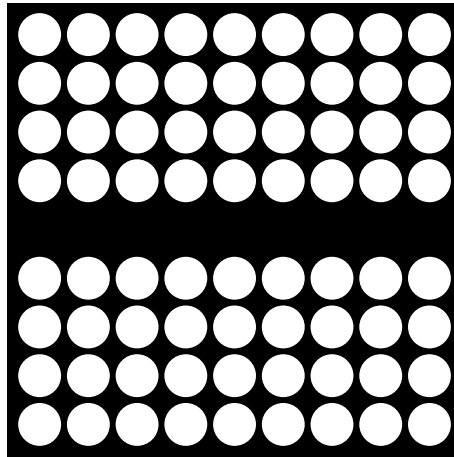
Aslında köşe yapısı için birden fazla alternatif geometriyi kullanmanın mümkün olduğu bu çalışmada, biz birçok yapıyı inceleyerek, çizgisel kusur yarattık ve en fazla iletimi veren geometriyi tespit edip, parametlerini optimize ettik.

Alternatif yapılardan ilki kare örgüye sahip silika çubukların silikon ortamına gömülmesiyle elde edilmiştir. Bu yapının TE modları için en geniş bant aralığı silika çubukların yarıçapı

$R_{rod} = \pi$ iken bulunmuştur. Pratikte kolaylık sağlasın diye bu değer $R_{rod} = 3$ seçilerek bant yapısı çıkartılmıştır (Şek.2.7).



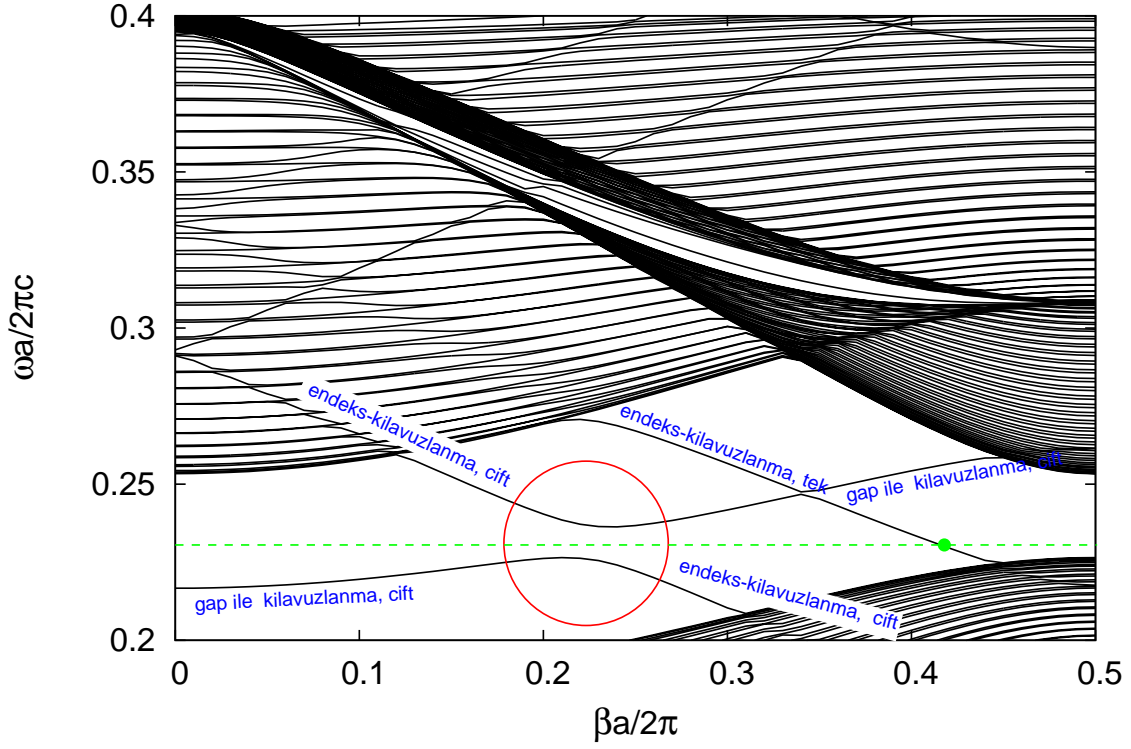
Şekil 2.7: 2 boyutlu kare örgüye sahip fotonik kristalin TE modları için bant yapısı. Silika çubukların yarıçapı $R_{rod} = 3$ ve arka plan silikondur.



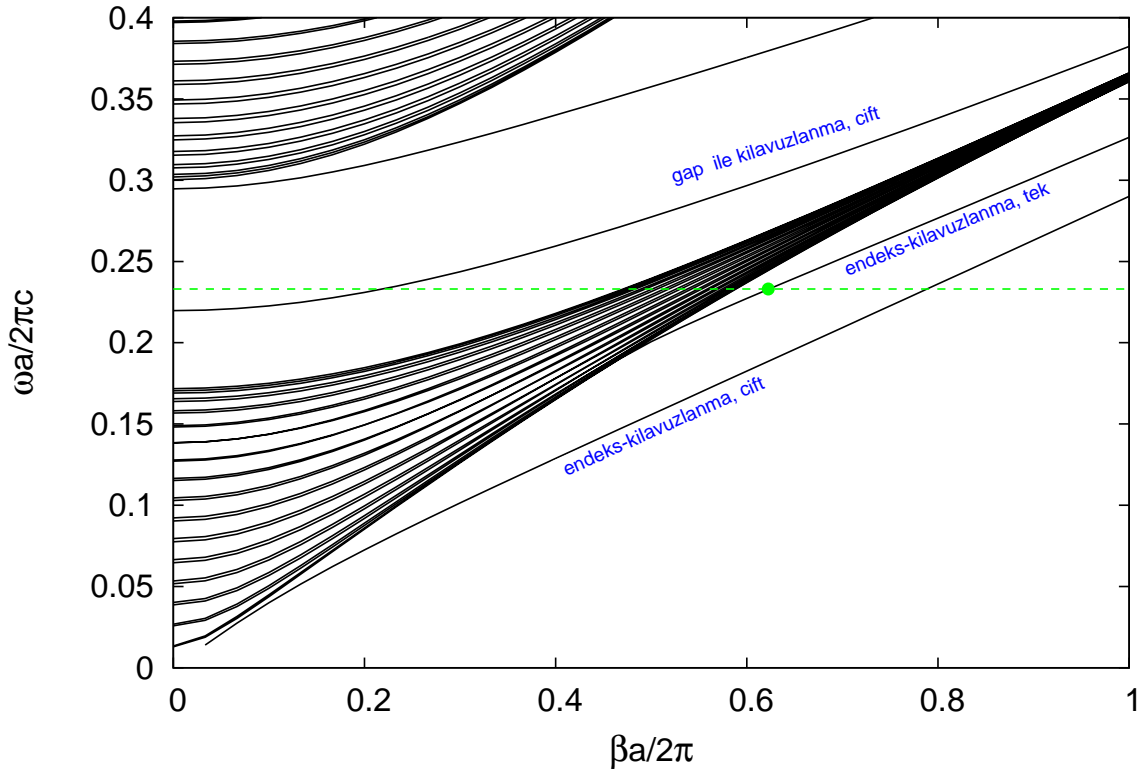
Şekil 2.8: 2 boyutlu kare örgüye sahip silika çubukların bir sırası çıkartılarak çizgisel kusur oluşturulmuştur. Burada arka plan silikondur. Çubukların yarıçapı $R_{rod} = 3$ alınarak kusursuz fotonik kristal için en geniş bant boşluğu bulunduktan sonra 2B ÇKDK ve 1B FKDK için bant yapıları oluşturulmuştur.

2B ÇKDK kusursuz fotonik kristalin bir sıra silika çubuğu çıkartılarak elde edilmiştir. Bant yapısı Şek.2.9' de verilmiştir. Bant aralığında dalga kılavuzu lokalize olmuş modları desteklemektedir, ancak lokalize olan bu modlar çok modlu kılavuzlanmayı sağlamaktadır. Sadece çok dar bir frekans aralığında tek modlu kılavuzlanma vardır. Tek modlu kılavuzlanmanın olduğu frekans aralığı en düşük endeks-kılavuzlanma (index-guided) ve bant boşluğu ile kılavuzlanan (gap-guided) modların kesiştiği bölgedir (Şek.2.9).

1B FKDK'nın parametreleri ise 2B ÇKDK'ya göre ayarlanmıştır. Bunun için silika çubukların kapladığı alan ile 1 boyutlu silika levhaların kapladığı alan eşit olacak şekilde alınarak,



Şekil 2.9: 2B ÇKDK'nın bant yapısı. Kare örgüye sahip yarıçapı $R_{rod} = 3$ olan silika çubukların bir sırası çıkartılmıştır. Kırmızıyla gösterilen blge zıt kesişmenin (anticrossing) gerçekleştiği bölgedir. Yeşil çizgiyle gösterilen ve yeşil noktanın bulunduğu frekans $\omega = 0.232$ ve bu frekandaki dalga vektörünün değeri ise $\beta = 0.54$.



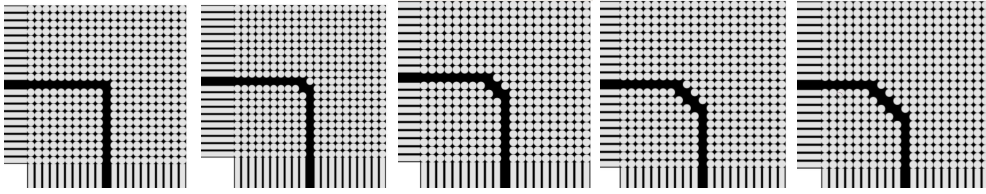
Şekil 2.10: 1B FKDK'nın bant yapısı ve eşleşen modlar.

silika levhaların kalınlığı hesaplanmıştır. Yapılan hesaplamalara göre elde edilen bant yapısı Şek.2.10' de verilmiştir.

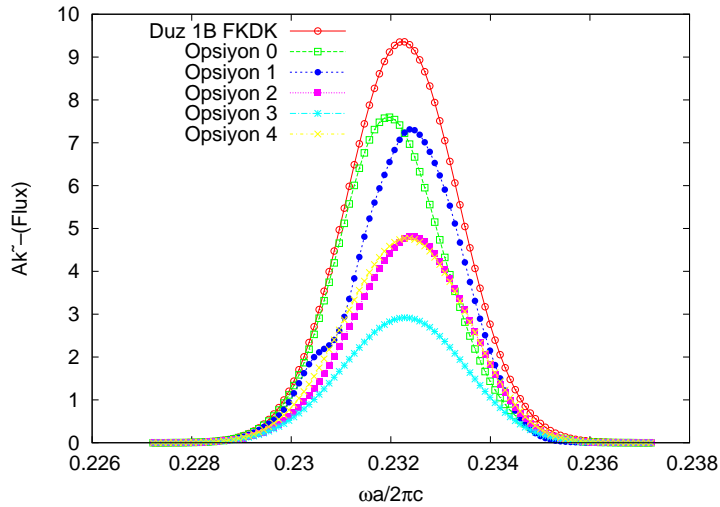
Her ne kadar 1B ve 2B yapılar için bant aralığı uyuşmasa bile EM dalganın her iki yapı içinde kılavuzlanması mümkündür.

2.6.1 Köşe Geometrisi İçin Seçenekler

2B ÇKDK ve 1B FKDK için bant yapıları elde edildikten sonra köşe geometrisi için birçok seçenek mümkündür. Bunlardan bir tanesi de dönüş kısmında genişletilmiş köşegen oluşturmaktır (Mekis, 1996). Böylelikle EM dalganın kaçmadan ilerleyebileceği bir bölge oluştuğunu düşünebiliriz (Şek.2.11). Aslında başlangıçta çok iyi bir fikir gibi görünen bu durum köşedeki saçılmayı arttırmaktadır. Sebebini simülasyon sonuçlarına bakarak kolayca anlayabiliriz (Şek.B.2-B.5).



Şekil 2.11: Yukarıda bahsettiğimiz bir kaç opsiyondan bazıları 0'dan 4'e kadar numaralandırılmıştır.



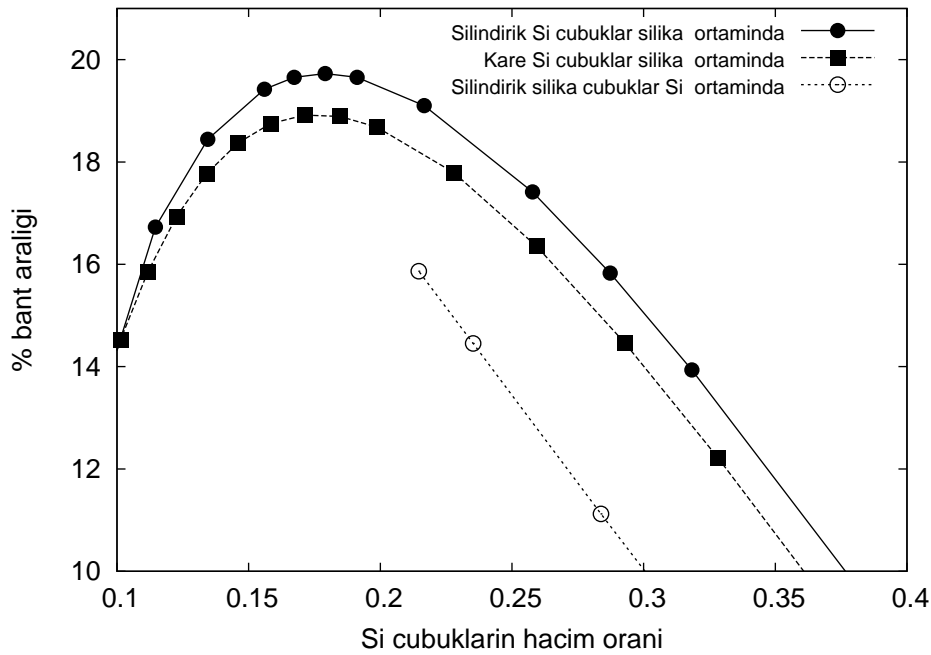
Şekil 2.12: Şek.2.11'da verilen seçenek için akı (flux) değerlerinin düz bir boyutlu yapıya göre kıyaslanması. Grafikte en yüksek iletimin 0 nolu seçenek ile elde edildiği görülmektedir.

Geometrilerin köşe kısımlarında geniş biçimde oluşturulmuş köşegen yapılar, çizgisel kusurun değişmesine bu da düz bir boyutlu kısma göre modun farklılaşmasına neden olmaktadır. Yani 1B FKDK'da ilerleyen EM dalga tek modlu kılavuzlanmayı sağlarken, 2B ÇKDK'da çok modlu kılavuzlanma oluşmaktadır. Bunun sonucunda mod uyumu her iki yapı (1B FKDK ve 2B ÇKDK) içinde sağlanamadığı için, gözle görülür biçimde kayıp oluşmaktadır.

Eğer simülasyon sonuçlarının yanı sıra ne kadar akının geçtiğini düz bir boyutlu yapıya göre kıyaslarsak, açıkça görülmektedir ki; en fazla iletimin köşegenin hiç değiştirilmemiş halinde (Seçenek 0 durumunda) oluştuğu açıkça görülmektedir (Şek.2.12).

2.7 Silikon Çubuklar Silika Ortamında

Bir önceki bölümde elde ettiğimiz düşük iletim sebebiyle, oluşturduğumuz geometrinin tam tersini deneyerek (Silikon çubuklar silika ortamında), sonuçların nasıl değiştiğini gözlemledik. Farklı alternatiflerin olduğunu daha önce tablo üzerinde göstermiştik. İlk olarak da kare örgüye sahip silika çubukları silikon ortamındayken denemiştik. Bunun için öncelikle 2B FK için en geniş bant aralığını aramıştık çünkü köşe elemanı olarak kare örgüye sahip fotonik kristal kullanılmıştı. Eğer iletimin kayıpsız gerçekleşebilmesini istiyorsak, 2B FK'nın en geniş bant aralığına sahip olacak şekilde parametrelerinin seçilmesi gerekir. Şek.2.13' de kare örgülü 2B FK için çubukların yarıçapları değiştirilmiş ve en geniş bant aralığının hangi yarıçapta oluştuğu çıkartılmıştır.

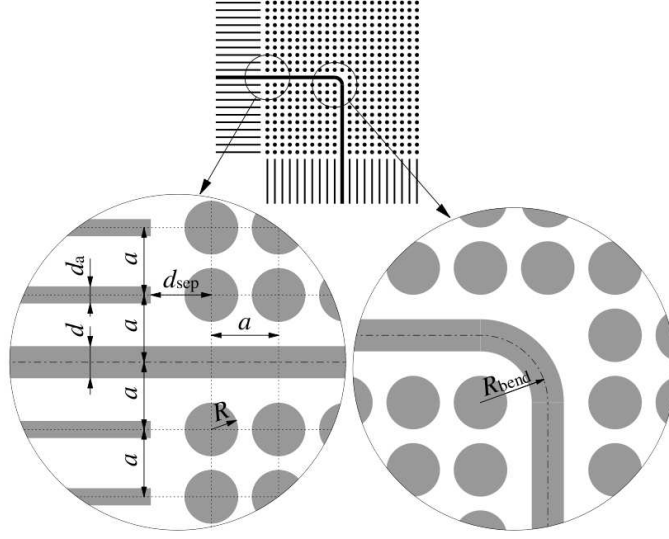


Şekil 2.13: 2 boyutlu kare örgüye sahip fotonik kristalin relatif bant aralığının çubukların normalize yarıçaplarına göre değişimini gösteren grafik. En geniş bant aralığı dairesel silikon çubukların yarıçapları $\tilde{R} = 1.5$ ve dielektrik sabiti $\epsilon_a = 13$ iken elde edilmiştir (arka plan silikadır, dielektrik sabiti $\epsilon_b = 2.25$).

Sonuç olarak en iyi köşe elemanı en geniş bant aralığını veren silindirik Si çubuklar içindir, daha sonra bu değere en yakın sonuç kare çubuklardan oluşan yapı için elde edilmiştir. Silikon içinde silika silindirler için bant boşluğu daha küçük olmaktadır. Silikon içinde kare silika çubuklar içinse bant boşluğu oluşmamıştır.

Bu aşamadan sonra karar verilmesi gereken diğer önemli nokta ise kılavuzlanmanın sağlanabilmesi için nasıl çizgisel kusur yaratılması gerektiğidir. Bunun için Si çubukların bir veya iki sırası çıkartılarak, dielektrik sabiti daha küçük silikanın çekirdeği oluşturması olasılıklardan biridir. Bir diğer olasılık ise Si çubukların bir sırası çıkartılıp, çekirdeğe Si levha yerleştirilerek çizgisel kusur oluşturmaktır. Böylelikle 1B FKDK'da oluşturulan kusur 2B ÇKDK kısmında aynen devam ettirilerek fotonik kristal destekli çizgisel kusurlu dalga kılavuzu geometrisi oluşturulabilecektir. Şek.2.14 kullandığımız modellemeyi göstermektedir.

Kayıpsız iletim sağlayabilmek için bu üç yapının geometrileri dikkatlice ayarlanmıştır. Aynı zaman da en uygun geometrilerin sadece TE modu ($E_z \neq 0$) için bant yapıları çıkartılmış ve



Şekil 2.14: Köşe geometrisi ve 1B FKDK ile 2B ÇKDK yüzeyleri arasındaki geometrik parametrelerin detayları verilmiştir. Bu çalışmada geometrik parametrelerin normalize değerleri kullanılmıştır. $\tilde{d}_a = 1.125$, $\tilde{d} = 2$, $\tilde{R} = 1.5$, $\tilde{d}_{sep} = 5.655$.

elde edilen sonuçlara göre FDTD ile simülasyonları yapılmıştır.

2.7.1 2 Boyutlu Fotonik Kristalin Bant Yapısı

Öncelikle 2B kare örgüye sahip FK'nın bant yapısını elde edebilmek için düzlem dalga yöntemini (plane wave expansion method) kullanmak yeterlidir çünkü 2 boyutlu kusursuz yapı için bu yöntem oldukça doğru sonuç vermektedir. TE modları için ($E_x = E_y = 0$, $E_z \neq 0$), çözüm aşağıdaki gibidir;

$$E_z(x, y, t) = E_{0z}(x, y)e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} \quad (2.1)$$

Bu durum bize genelleştirilmiş özdeğer problemini verir;

$$|\mathbf{k} + \mathbf{G}|^2 E_z(\mathbf{G}) = \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{\mathbf{G}'} \epsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}') E_z(\mathbf{G}') \quad (2.2)$$

buradaki \mathbf{G} vektörleri,

$$\mathbf{G} = \frac{2\pi}{a} n_x \hat{\mathbf{x}} + \frac{2\pi}{a} n_y \hat{\mathbf{y}} \quad n_x, n_y = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

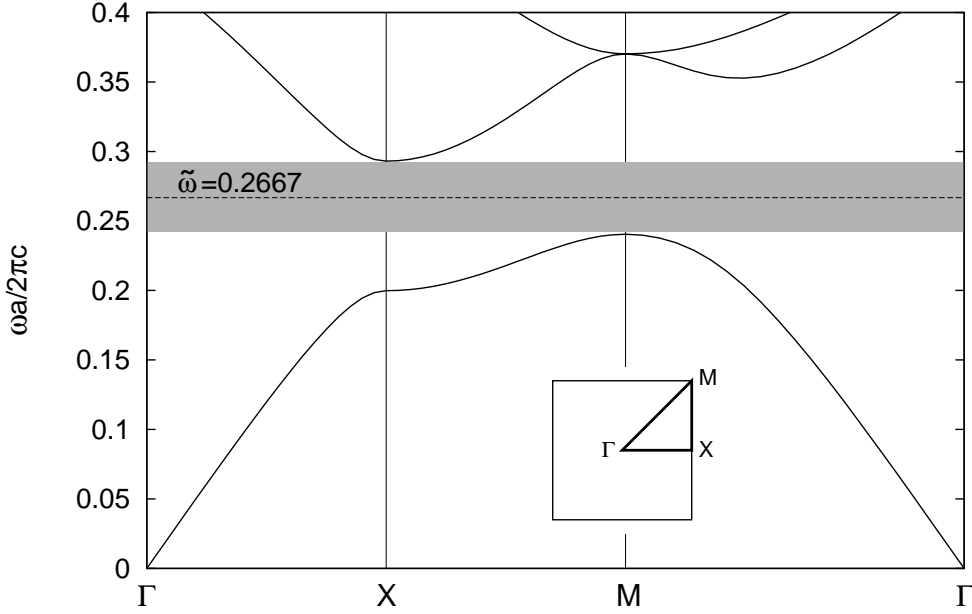
şeklinde olup ters örgü vektörleridir ve \mathbf{k} Brillouin zone' daki dalga vektörüdür. Bu denklem özdeğer problemine çevrilirse; $\mathbf{A}\mathbf{x} = (\omega^2/c^2)\mathbf{x}$, \mathbf{A} matrisi ve \mathbf{x} matrisi şu şekilde oluşturulur;

$$\begin{aligned} A_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} &= |\mathbf{k} + \mathbf{G}| [\epsilon^{-1}]_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} |\mathbf{k} + \mathbf{G}'| \\ x_{\mathbf{G}} &= |\mathbf{k} + \mathbf{G}| E_z(\mathbf{G}) \end{aligned} \quad (2.3)$$

buradaki ϵ^{-1} matrisi ise $\epsilon_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} = \epsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}')$ matrisinin tersidir. Silindirik çubuklar için bu matris,

$$\epsilon(\mathbf{G}) = \epsilon_b \delta_{\mathbf{G}\mathbf{0}} + (\epsilon_a - \epsilon_b) \frac{\pi R^2}{a^2} \frac{2J_1(GR)}{GR} \quad (2.4)$$

şeklindedir ve denklemdaki $J_1(x)$ 1. mertebeden bessel fonksiyonudur.



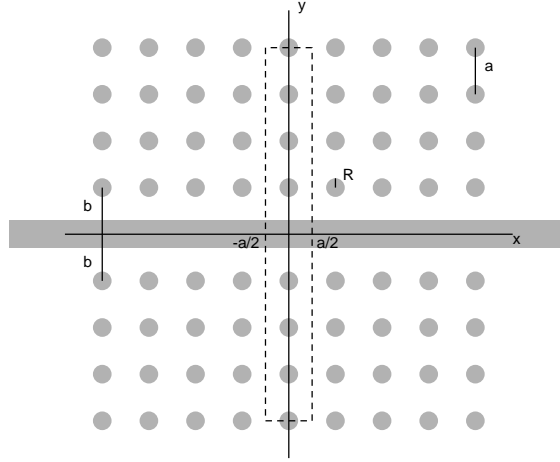
Şekil 2.15: 2 boyutlu kare örgüye sahip kusursuz fotonik kristal'in bant diyagramı. Silikondan yapılmış dielektrik sabiti $\epsilon_a = 13$ ve yarıçapı $\tilde{R} = 1.5$ olan çubukların silikadan yapılmış dielektrik sabiti $\epsilon_b = 2.25$ olan tabakaya gömülmesiyle en geniş bant aralığı elde edilmiştir. Elde edilen relatif bant aralığının genişliği $\approx 20\%$ 'dir ve tam ortadaki kesikli çizgilerle gösterilen frekans ise bant aralığının merkez frekansı $\tilde{\omega} = 0.2667$ 'dir. Ekli küçük resim ise brillouin bölgesini göstermektedir.

2B FK'nın bant aralığını bulduktan sonra ikinci step 1B FKDK ve 2B ÇKDK için bant diyagramlarını elde etmektir. Çünkü burada önemli olan nokta lokalize olmuş kusur modunun 2B FK'nın bant aralığına düşmesidir ki böylelikle, lokalize olmuş kusur modu fotonik kristalin içine dağılmadan yol alabilir (Meade, 1991). Bir diğer önemli nokta ise giriş ve çıkışlardaki yansımalar olacaktır. Çünkü ışık 1B FKDK'dan çıkıp 2B ÇKDK'ya giricek ve tekrar 1B FKDK'ya geçerek yoluna devam edecektir. Ancak bu geçişler esnasında iletimin kayıpsız gerçekleşebilmesi için 1B FKDK ile 2B ÇKDK arasındaki mesafenin dikkatlice ayarlanması gerekmektedir.

2.7.2 2 Boyutlu Çizgisel Kusurlu Dalga Kılavuzu

2B ÇKDK'nın bant diyagramını elde edebilmek için süperhücre yöntemi (supercell method) kullanılmalıdır ve yeterince büyük bir süperhücre seçilmelidir. Biz bant diyagramını elde edebilmek için oldukça büyük M sayısal değerine sahip $1x(2M + 1)$ genişliğinde süperhücre kullandık.

TE modları için ($E_x = E_y = 0, E_z \neq 0$), dalganın ilerleme yönü x -yönü olarak seçilirse propagasyon vektörü $\beta = \beta\hat{x}$ olur. Bu seçimle $E_z(x, y, t) = E_{0z}(x, y) \exp[i(\beta x - \omega t)]$ formunda yazılabilmektedir. Bunu Maxwell denklemlerine koyarak genelleştirilmiş özdeğer denklemi



Şekil 2.16: Çizgisel kusurlu dalga kılavuzu için seçilmiş olan süperhücre. Burada $ax8a$ genişliğinde süperhücre çizilmiştir. Çizgisel kusur ortadan bir sıra dielektrik çubuk çıkartıldıktan sonra çekirdek görevi gören bir levha ekleyerek oluşturulmuştur. Burada Si çubukların dielektrik sabiti $\epsilon_a = 13$ ve arka plan olarak kullanılan silikanın dielektrik sabiti $\epsilon_b = 2.25$ ' tir. Çizgisel kusur bir sıra Si çubuğun çıkartılıp yerine dielektrik sabiti $\epsilon_a = 13$ ve kalınlığı $\tilde{d} \equiv 2\pi d/a = 2$ olan çubuk konarak elde edilmiştir.

$$|\boldsymbol{\beta} + \mathbf{G}|^2 E_z(\mathbf{G}) = \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{\mathbf{G}'} \epsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}') E_z(\mathbf{G}') \quad (2.5)$$

olarak bulunur. Burada $\mathbf{G} = \frac{2\pi}{a} n_x \hat{\mathbf{x}} + \frac{2\pi}{(2M+1)a} n_y \hat{\mathbf{y}}$, süper hücrenin ters uzay vektörüdür. Üstte elde ettiğimiz denklemi $A\mathbf{x} = (\omega^2/c^2)\mathbf{x}$ formunda yazmak istersek;

$$A_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} = |\boldsymbol{\beta} + \mathbf{G}| [\epsilon^{-1}]_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} |\boldsymbol{\beta} + \mathbf{G}'| \quad (2.6)$$

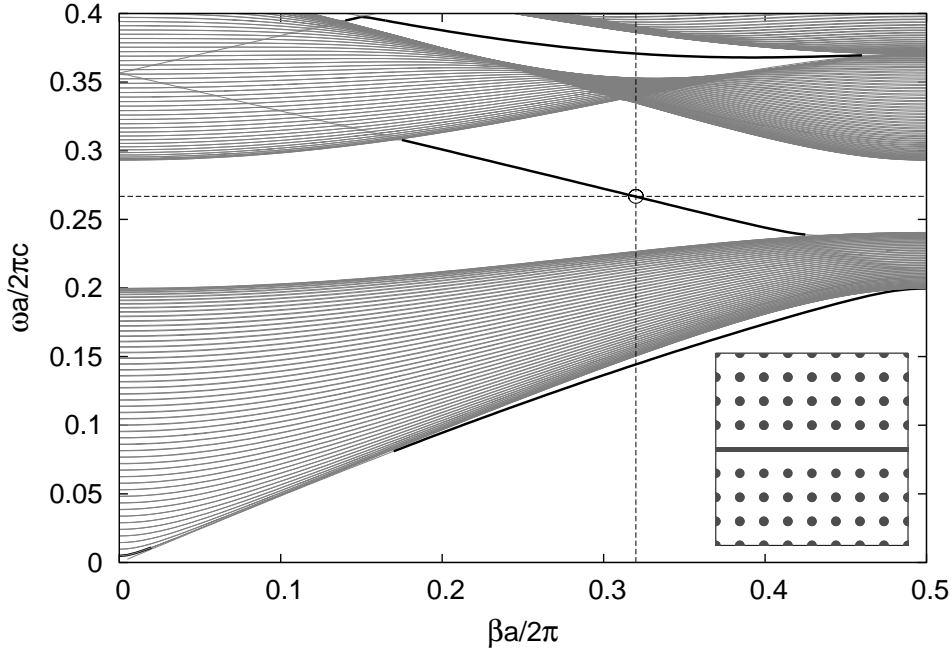
$$\mathbf{x}_{\mathbf{G}} = |\boldsymbol{\beta} + \mathbf{G}| E_z(\mathbf{G}) \quad (2.7)$$

buradaki ϵ^{-1} matrisi $\epsilon_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} = \epsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}')$ matrisinin tersidir ve;

$$\begin{aligned} \epsilon(\mathbf{G}) = & \epsilon_b \delta_{\mathbf{G}\mathbf{0}} + (\epsilon_a - \epsilon_b) \frac{d}{(2M+1)a} \frac{\sin(G_y d/2)}{(G_y d/2)} \\ & + (\epsilon_a - \epsilon_b) \frac{\pi R^2}{(2M+1)a^2} \frac{2J_1(GR)}{GR} \left[\sum_{j=1}^M 2 \cos(G_y b_j) \right] \end{aligned} \quad (2.8)$$

şeklinde yazılmaktadır. Yukarıdaki denklemde elde edilen 2. terim dalga kılavuzunun merkezindeki çekirdekten kaynaklanmaktadır ve köşeli parantez içindeki terim ise çubukların yapı faktörüdür (structure factor).

Bu özdeğer denkleminin çözümü bize 2B ÇKDK için kılavuzlanmayı destekleyecek lokalize olmuş modları verecektir (Şek.2.17)



Şekil 2.17: 2B ÇKDK'nın lokalize olmuş modları. Silikondan yapılmış dielektrik sabiti $\epsilon_a = 13$ ve yarıçapı $\tilde{R} = 1.5$ olan çubuklar ile arka plan dielektrik sabiti $\epsilon_b = 2.25$ silikadır. Çizgisel kusur elde edebilmek için ise bir sıra çıkartılmış ve yerine kalınlığı $\tilde{d} \equiv 2\pi d/a = 2$ olan dielektrik levha konulmuştur.

2.7.3 1 Boyutlu Fotonik Kristal Dalga Kılavuzu

Son olarak 1B FKDK için bant diyagramını oluşturmamız gerekmektedir. Çünkü 2B ÇKDK 'da elde ettiğimiz lokalize olmuş kusur moduyla 1B FKDK 'da elde edeceğimiz lokalize olmuş kusur modunun uyum sağlaması gerekmektedir (yani her iki modda tek veya çift modlu kılavuzlanmayı desteklemelidir). Bütün bunlara ek olarak lokalize olmuş kusur modlarının 2B FK'nın bant aralığına düşmesi gerekmektedir. Bu yüzden son olarak süperhücre yöntemi kullanılarak 1B FKDK için de TE modları için ($E_x = E_y = 0, E_z \neq 0$) bant diyagramı elde edilecektir. Aynı şekilde propagasyon vektörü x-yönünde $\beta = \beta\hat{x}$ seçilip Maxwell denklemlerinde yerine yazılarak genelleştirilmiş özdeğer problemi elde edilmektedir. Burada seçilen süperhücre y-yönünde olup, $2M + 1$ genişliğindedir.

$$(\beta^2 + G^2)E_z(G) = \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{G'} \epsilon(G - G')E_z(G') \quad (2.9)$$

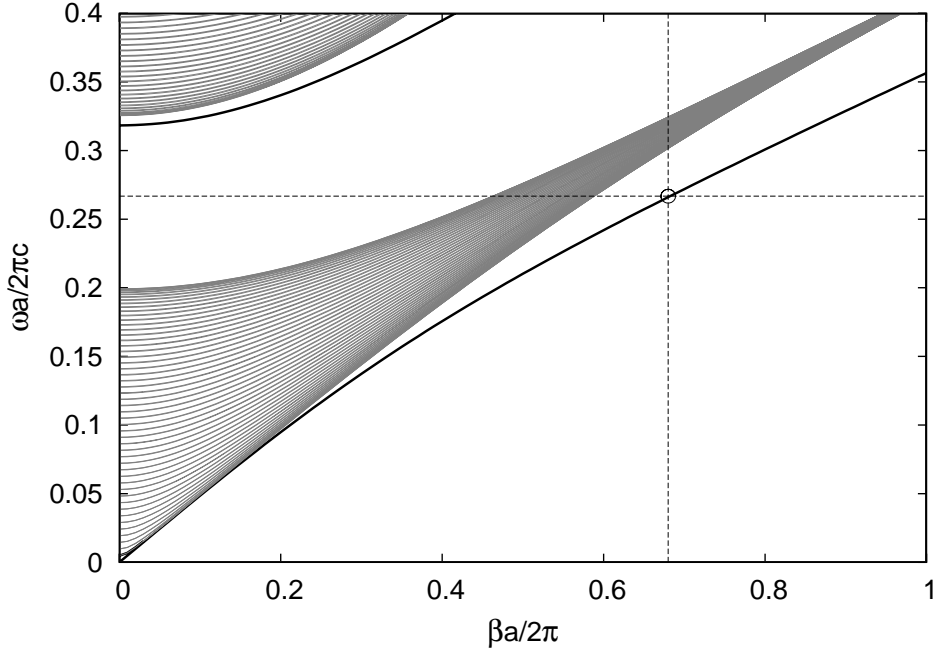
$G = \frac{2\pi}{(2M + 1)a}i$, ($i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) şeklindedir. Ve bu denklem $Ax = (\omega^2/c^2)x$ formuna dönüştürülürse;

$$A_{GG'} = \sqrt{\beta^2 + G^2} [\epsilon^{-1}]_{GG'} \sqrt{\beta^2 + G'^2} \quad (2.10)$$

$$x_G = \sqrt{\beta^2 + G^2} E_z(G) \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \epsilon(G) = & \epsilon_b \delta_{G0} + (\epsilon_a - \epsilon_b) \frac{d}{(2M+1)a} \frac{\sin(Gd/2)}{(Gd/2)} \\ & + (\epsilon_a - \epsilon_b) \frac{d_a}{(2M+1)a} \frac{\sin(Gd_a/2)}{(Gd_a/2)} \left[\sum_{j=1}^M 2 \cos(Gb_j) \right] \end{aligned} \quad (2.12)$$

Yukarıda elde ettiğimiz denklemdeki 2.terim dalga kılavuzunun merkezindeki çekirdekten kaynaklanmaktadır, ve köşeli parantez içindeki terim ise levhaların yapı faktörleridir.



Şekil 2.18: 1B FKDK'nın lokalize olmuş modları. Silikondan yapılmış dielektrik sabiti $\epsilon_a = 13$ ve kalınlığı $\tilde{d}_{Si} = 1.125$ olan levhalar silikadan yapılmış dielektrik sabiti $\epsilon_b = 2.25$ olan ortama gömülmüştür. Çizgisel kusur elde edebilmek için ise bir sıra çıkartılmış ve yerine kalınlığı $\tilde{d} \equiv 2\pi d/a = 2$ olan dielektrik levha konulmuştur. Şekildeki gri bantlar lokalize olmayan modları, koyu kesiksiz çizgiler ise lokalize olmuş modları göstermektedir. Merkez frekansa $\omega a/2\pi = 0.2667$ karşılık gelen dalga vektörü $\beta a/2\pi = 0.68$.

Elde ettiğimiz sonuçlara göre maksimum iletim, kare örgüye sahip dairesel kesitli Si çubuklar silika ortamına gömülmüşken ve bir sıra Si çubuk çıkartılarak L-şeklindeki dalga kılavuzunda elde edilmiştir. Örneğin eğer iki sıra Si çubuk çıkartırsak yapı bant aralığında lokalize olmuş modları desteklemektedir ama kılavuzlanma tek modlu değil çok modlu olmaktadır. Bu da giriş ve çıkış yüzeylerinde modun saçılarak düşük iletim elde edilmesine neden olmaktadır.

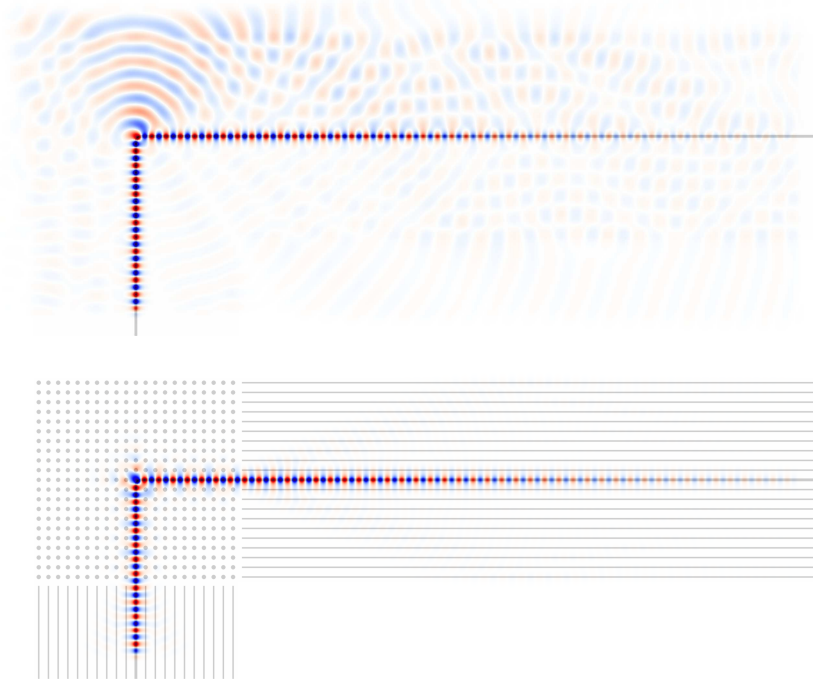
Şu ana kadar kayıpsız iletimi sağlayabilmek için gerekli koşulların tümü sağlanmıştır. Çünkü ilgilendiğimiz bant aralığında hem 1B FKDK hem de 2B ÇKDK tek modlu kılavuzlanmayı desteklemektedirler. Aynı zaman da elde ettiğimiz tek modlu kılavuzlanmayı sağlayan frekans 2B FK'nın bant aralığına düşmektedir. Böylelikle lokalize olmuş kusur modu 90° lik dönüşü 2B FK'nın içine dağılmadan gerçekleştirebilecektir.

Elde edilen bant diyagramlarından çıkan sonuçları özetlersek ;

- Eğer seçilen frekans $0.240426 < \omega < 0.293049$ 2B FK' nın bant aralığıdır ve bu aralıktaki frekanslar için elektromanyetik dalga fotonik kristalin içine dağılmadan ilerleyebilecektir.
- $0.241977 < \omega < 0.292176$ frekans aralığında kılavuzlanma tek modlu kılavuzlanma olacaktır ve dalga kılavuzu boyunca dağılmadan ilerleyebilecektir, çünkü 2B FK' nın bant aralığındadır. Tam sınır değerlerinde ise fotonik kristalin içine biraz dağılsa bile büyük oranda dönüş sağlanabilmektedir.
- $0.210212 < \omega < 0.23889$ ve $0.295036 < \omega < 0.32884$ frekans aralığında tek modlu kılavuzlanma vardır. Fakat elektromanyetik dalga 2B ÇKDK'ya geçince fotonik kristalin içine dağılmaktadır çünkü frekanslar 2B fotonik kristalin bant boşluğunun dışında kalmaktadır.

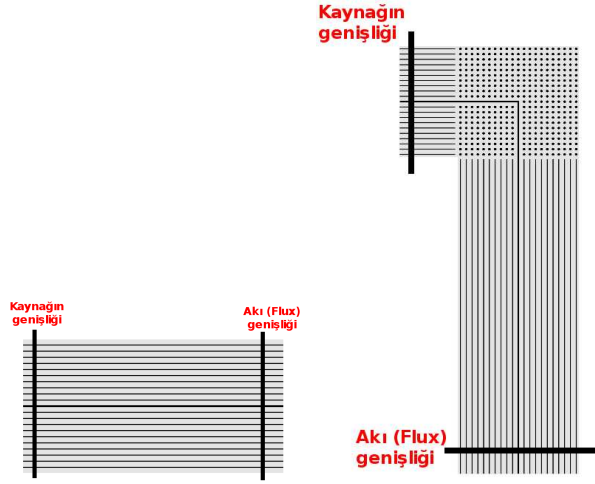
2.7.4 FDTD Simülasyon Sonuçları

Kullandığımız geometriyi oluşturan her yapı için ayrı ayrı bant diyagramlarını elde ettikten sonra hangi frekanslarda kılavuzlanma olacağını ve hangi frekanslar da iletimin yüksek çıkacağını kavramış bulunmaktayız. Son olarak FDTD yöntemi ile şu ana kadar elde ettiğimiz sonuçları kullanıp, simülasyonlarla modellememizin işe yarayıp yaramadığını ispatlayabiliriz.



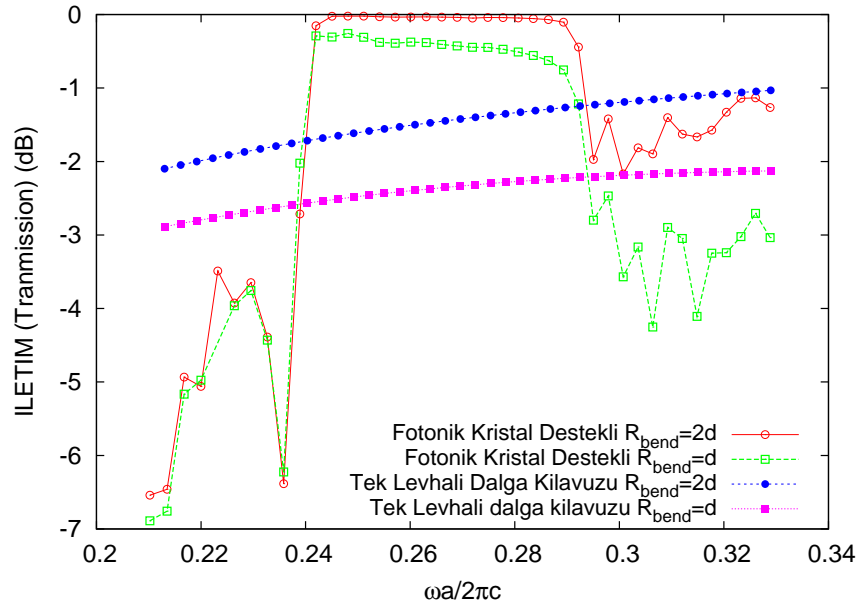
Şekil 2.19: Fotonik kristal destekli L-şeklindeki dalga kılavuzu ile tek bir levhadan oluşan dalga kılavuzunu bant aralığındaki merkez frekansda $\tilde{\omega} = 0.2667$ gauss kaynağı kullanılarak ve frekans genişliği $\Delta\tilde{\omega} = 0.1$ alınarak simülasyonlarını gerçekleştirdiğimiz de öngördüğümüz modellemenin ne kadar işe yaradığı gözle görülür biçimdedir.

Yukarı da elde ettiğimiz parametreleri kullanarak oluşturduğumuz modellemeyi farklı yarıçaplar için döndürdük ve iletim hesaplamaların da referans olarak düz 1B FKDK yapısını kullandık.



Şekil 2.20: Referans aldığımız yapı düz 1B FKDK ve öngördüğümüz modelleme. Her iki yapı için de bütün parametreler (akı bölmesinin bulunduğu koordinatlar hariç) aynı kullanılmıştır.

Çünkü 1B FKDK düz ve uzun yollarda lokalize olmuş modlar için EM dalgaların az kayıpla ilerleyebildiği yapılardır. Bu yüzden de iletim miktarını hesaplarırken bizim yapı ve 1B FKDK için bütün parametreleri (levhaların kalınlıkları, kusurun kalınlığı, gönderilen kaynağın frekansı, başladığı nokta ve genişliği, akı bölümünün genişliği) aynı aldık. Tek farklılık akı bölümünü koyduğumuz yerdir, çünkü biz EM dalganın dönüşten sonra ne kadarının geçebildiğine baktık (Şek.2.20).



Şekil 2.21: Değişik dönme yarıçaplarına bağlı olarak elde edilmiş iletim-normalize frekans grafiği.

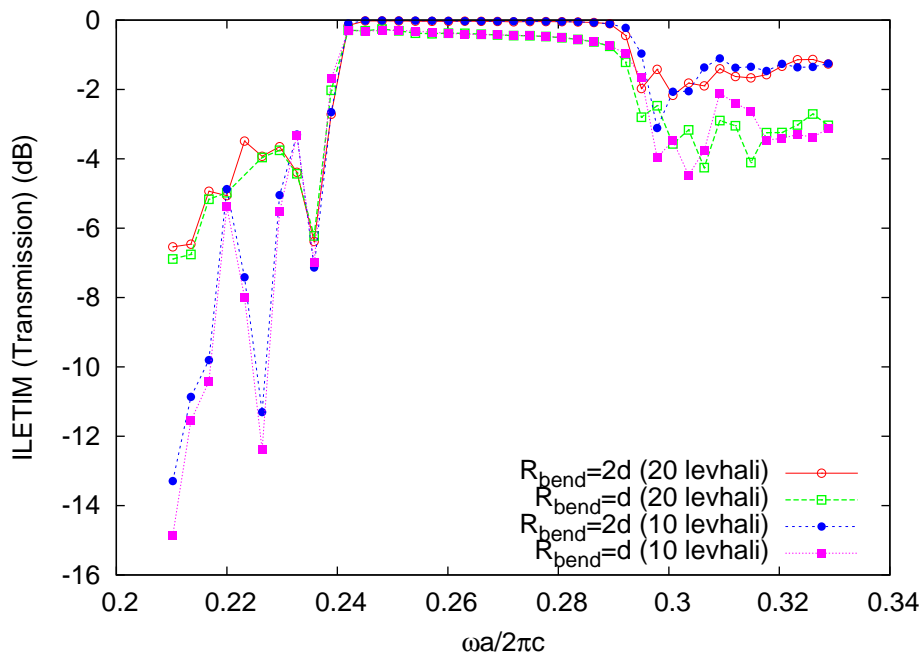
Bu yüzden de iletim miktarını hesaplayabilmek için öngördüğümüz modellemeden çıkışta elde edilen toplam akının (P_0), referans aldığımız düz yapıdan elde edilen toplam akıya (P_1) oranı ; bize $T = -10 \log_{10}(\frac{P_0}{P_1})$ iletim (transmission) dB cinsinden vermektedir (Şek.2.21).

Şek.2.21 grafiğinde elde edilmiş iletim miktarları fotonik kristal destekli 90° dönmüş dalga

kılavuzunun farklı yarıçaplarla döndürülmesiyle elde edilmiştir (Şek.2.14) ve fotonik kristal desteği olmayan tek bir levhadan oluşan dielektrik dalga kılavuzu (Şek.2.3) için kıyaslanmıştır. Sonuç olarak iletim miktarı bant aralığında maksimum olduğu gözlemlenmektedir. Aynı şekilde merkez frekansında her iki yapının simülasyon sonuçlarını da kıyaslarsak öngördüğümüz modellemenin ne kadar kayıpsız şekilde EM dalgayı ilettiği görülmektedir (Şek.2.19).

2.7.5 Levha Sayısının Etkisi

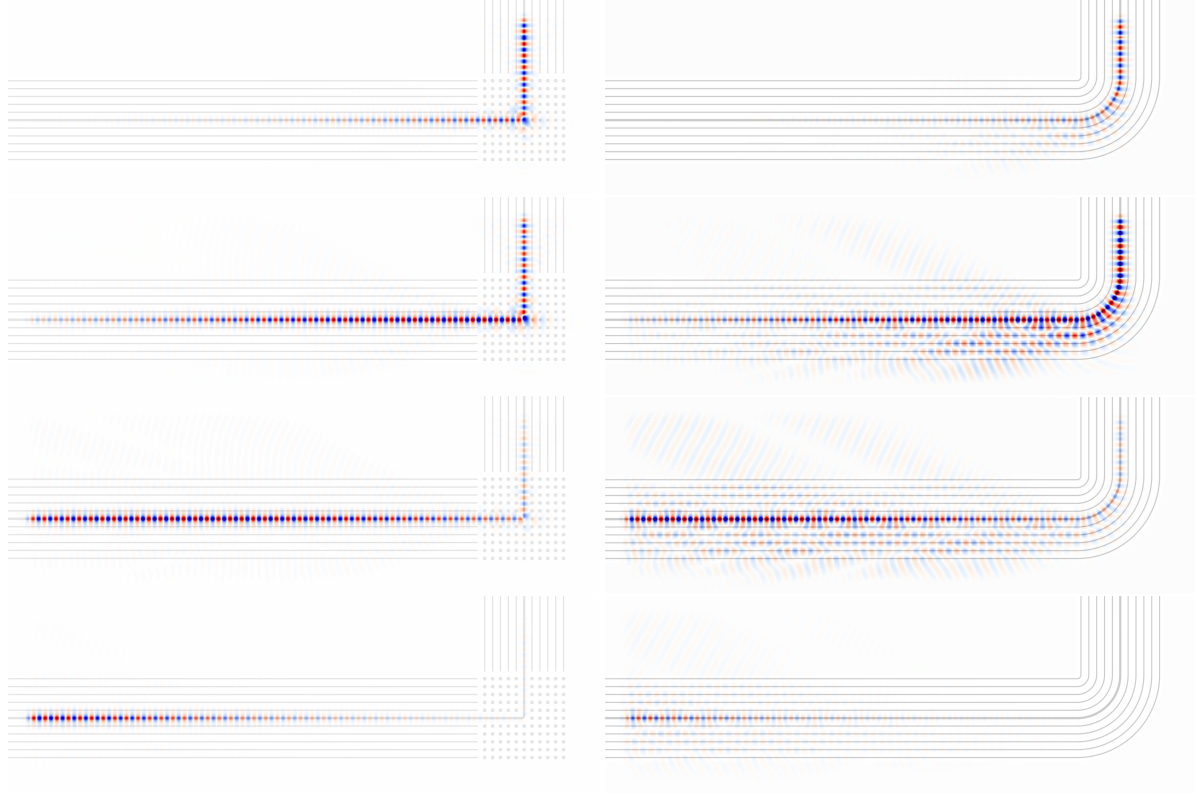
Fotonik kristal destekli 90° dönüşte öngördüğümüz modellemede merkezdeki çizgisel kusurun altında ve üstünde periyodik olarak sıralanmış 2×10 tane dielektrik levha varken elde ettiğimiz sonuçlara göre bant aralığında iletim neredeyse kayıpsız şekilde sağlanmıştır (Şek.2.21). Bu durumda kullandığımız yapıdaki levha sayısını azaltırsak iletimi gene aynı şekilde kayıpsız gerçekleştirip gerçekleştirmeyeceğimiz önemli bir noktadır. Çünkü yapıyı küçültükçe EM dalganın köşeden kaçması olasılığı artmaktadır. Fotonik kristaller normalde sonsuz tane periyodik dielektrik yapılardan oluşmaktadır, ancak optik devrelerde ve bilgisayar ortamında yapılan simülasyonlarda belirli sayıda dielektrik levhaya sahip periyodik yapı için hesaplama yapabilmekteyiz. Bu yüzden de bu bölümde modellememizi bir de 2×5 tane dielektrik levha varken gerçekleştireceğiz.



Şekil 2.22: Şek.2.14'da oluşturduğumuz modellemizde levha sayısı 2×10 tane iken, biz levha sayısını 2×5 taneye düşürerek aynı şekilde farklı yarıçaplar için döndürdük. Elde ettiğimiz iletim, levha sayısını azaltsak bile değişiklik göstermemektedir. Örneğin dönme yarıçapını $R_{bend} = 2d$ iken levha sayısını 2×10 aldığımız kırmızı eğri ile 2×5 tane dielektrik levha olarak hesapladığımız mavi eğri üstüste binmektedir. İletim levha sayısını azaltmamıza rağmen yine çok az kayıpla gerçekleşmektedir.

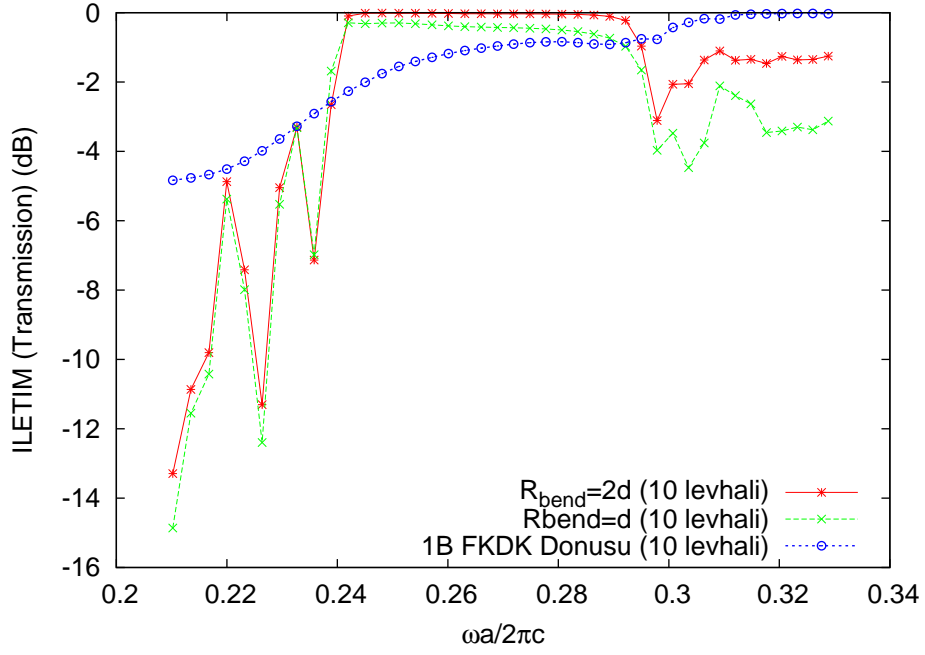
Şimdi eğer aynı şekilde 1B FKDK'yı döndürürsek levha sayısını 2×5 olarak, elde ettiğimiz iletim garifliğinde ve simülasyon sonuçlarından görüleceği üzere levha sayısını azaltmak bu tarz

bir geometride kayıplara neden olacaktır. Halbuki öngördüğümüz modellemede levha sayısını azaltmamız hiçbir kayda değer kayba neden olmamaktadır.

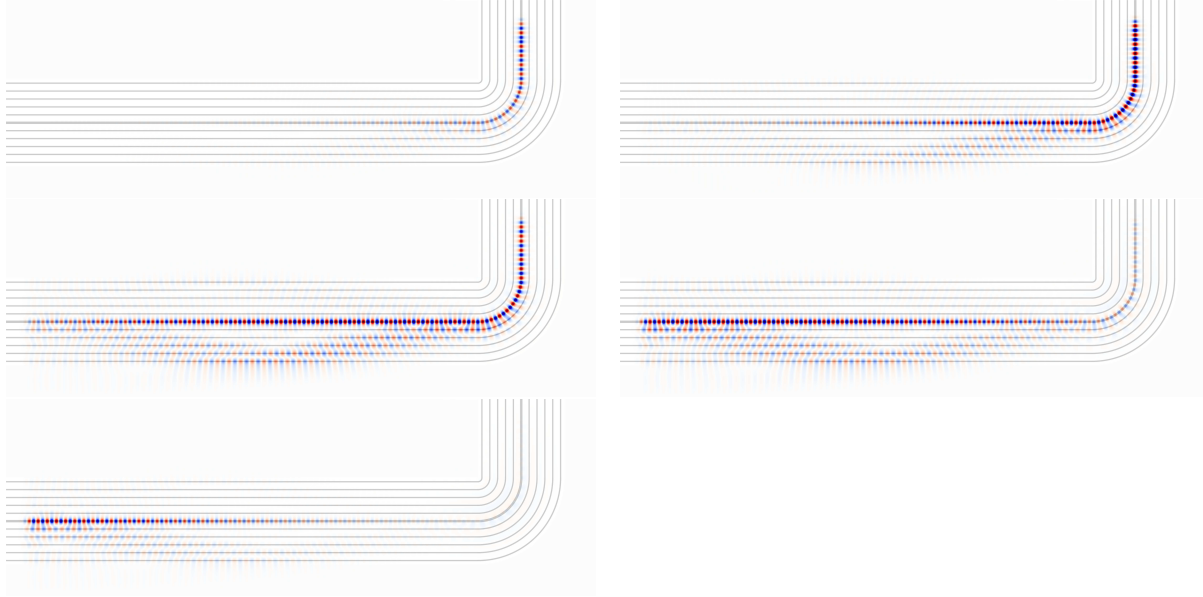


Şekil 2.23: Öngördüğümüz modellemenin ve 1B FKDK'nın 2×5 tane levhaya sahipken elde edilen simülasyon sonuçlarının merkez frekansı $\tilde{\omega} = 0.2667$ için kıyaslanması. 1B FKDK'yı 2B FK ile destekleyince levha sayısı azalsa bile EM dalga köşeden kaçmadan ilerleyebilmektedir, ancak sadece 1B FKDK kullanarak EM dalga 90° döndürmek pek mümkün değildir, çünkü köşeden oldukça fazla kayıplar oluşmaktadır.

Eğer levha sayısını azaltınca oluşan iletim grafiğini çizdirirsek, en fazla iletimin öngördüğümüz modelleme için çıkması gerekmektedir. Ancak Şek.2.24'da çıkan sonuçlara göre iletim bant aralığının dışında bile 1B FKDK için oldukça yüksek sonuçlar vermektedir. Bu sonuç tamamen yanıltıcıdır. Çünkü bant aralığının dışındaki bir frekansda iletimin yüksek çıktığı değerlerden birinde 1B FKDK için simülasyon yaparsak eğer, köşeden EM dalgaların birçoğu saçılmakta ve tekrar içeriye yansımaktadır. Ne kadar iletim olduğunun hesabını da yapı döndükten sonra geniş bir akı bölgesi seçerek aldığımızdan dolayı, çıkan iletim miktarı aslında sadece lokalize olmuş modların ne kadarının iletildiği değil aynı zamanda döndükten sonra içeriye yansıyan lokalize olmamış modları da içermektedir (Şek.2.25).



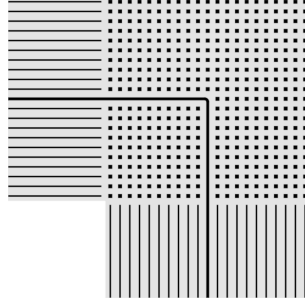
Şekil 2.24: 2×5 tane dielektrik levhaya sahip 1B FKDK dönüşten sonra oldukça yüksek iletim vermektedir. Ama sonuç tamamen yanıltıcıdır, çünkü EM dalga köşeden kaçmış olmasına rağmen lokalize olmayan modlar tekrar içeriye yansıdığı için sonuçlar oldukça büyük çıkmaktadır. Bunun yerine gene öngördüğümüz modelleme çok daha iyi sonuç vermektedir.



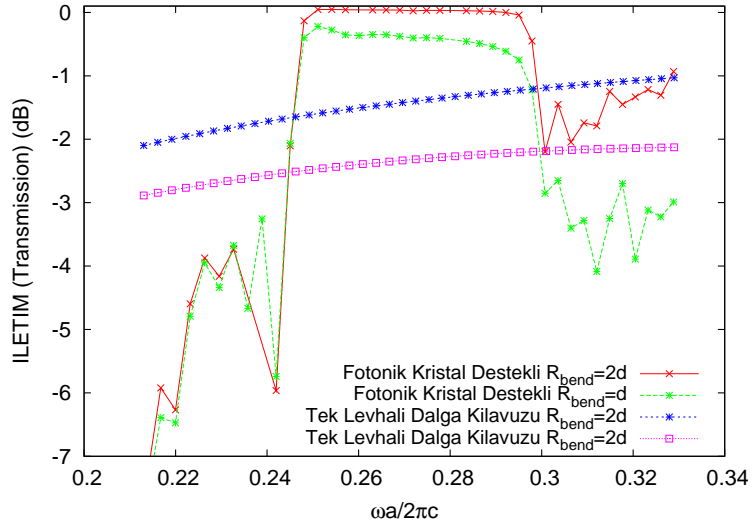
Şekil 2.25: 1B FKDK için bant yapısının dışında yüksek iletim veren bir noktada seçilen frekansta gauss kaynağı uygularsak simülasyon sonuçları köşeden EM dalganın saçılarak tekrar içeri yansıdığını göstermektedir. Bunların iletime katkısı olmakla birlikte, kılıf modları (cladding modes) olduğundan aslında kılavuzlanmamışlardır. Dalga kılavuzunun içinde bir süre yol aldıktan sonra terkedeceklerdir.

2.7.6 Kare Çubuklar

Önceki bölümde elde ettiğimiz sonuçlara dayanarak, silindirik çubukları modifiye ederek yerine kare çubukların konması sonucunda ne gibi farklılıklar elde edeceğimizi araştırdık. Tek farklılık Şek.2.14 yapısındaki silindirik çubukların kare çubuklarla değiştirilmesi ve daha sonra ne kadar iletim sağlandığına bakılması yeterli olacaktır. Aynı şekilde $0.241977 < \omega < 0.292176$ frekans aralığında iletim oldukça yüksek çıkmıştır (Şek.2.27).

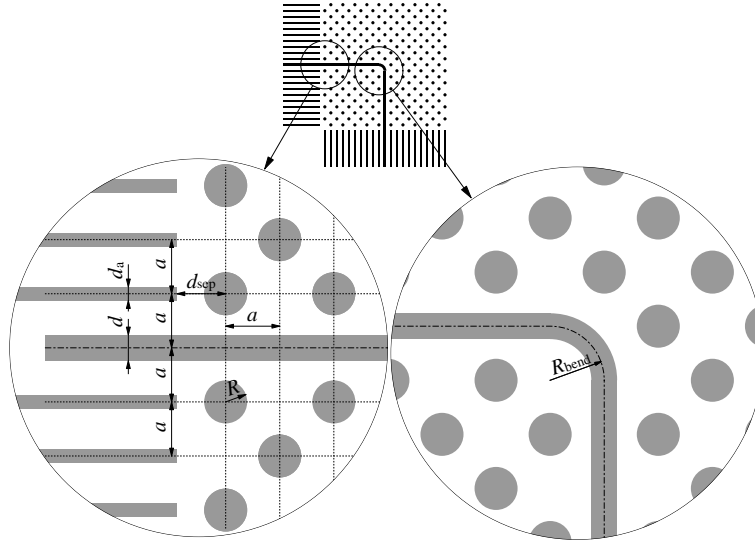


Şekil 2.26: Bir önceki öngördüğümüz modellemeden farklı olarak köşeye silindirik çubuklar yerine kare çubuklar konulursa, şimdiki yeni yapıda 90°'lik dönüş için uygun bir alternatiftir. Dönme yarıçapı aynı şekilde çekirdeğin kalınlığı kadardır.

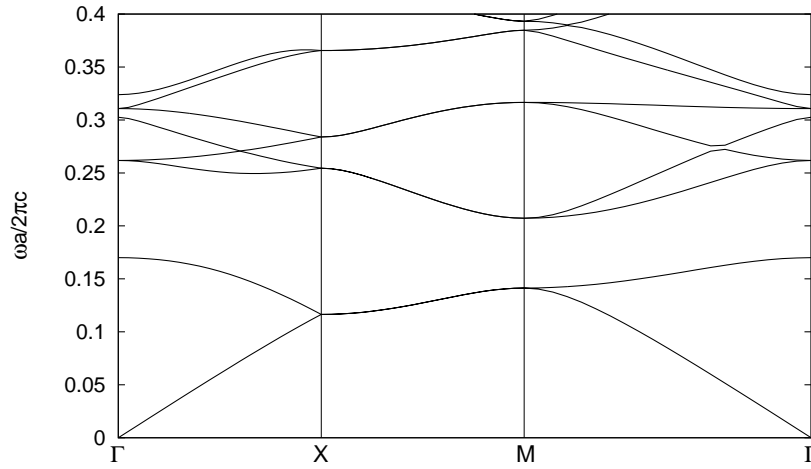


Şekil 2.27: Kare çubukların iletim grafiğini farklı frekanslar için çizdirirsek eski kullandığımız yapıdaki gibi iletim neredeyse kayıpsızdır. Kırmızı eğri köşede kare yapı varken dönüş yarıçapı ortadaki kusur çubuğunun kalınlığının iki katına eşitken $R_{bend} = 2\tilde{d}$ ve yeşil eğri dönüş yarıçapı $R_{bend} = \tilde{d}$ ve aynı zamanda mavi eğri köşede 2 boyutlu fotonik kristal yokken düz bir dalga kılavuzunun kendi kalınlığının iki katı kadar bir yarıçapa eşitken döndürülmesi $R_{bend} = 2\tilde{d}$, ve aynı şekilde pembe eğri ise dönüş yarıçapı kendi kalınlığına eşitken döndürülmesi $R_{bend} = \tilde{d}$ sonucu elde edilmiştir.

2.8 Alternatif Köşe Yapısı: 45° Dönmüş Kare Örgü



Şekil 2.28: Silikondan yapılmış çubuklar silikadan yapılmış levhaya gömülmüştür, ancak $\tilde{d}_a = 1.125$, $\tilde{d} = 2$, $\tilde{R} = 1.5$, $\tilde{d}_{sep} = 5.655$.



Şekil 2.29: 2 boyutlu 45° dönmüş kare örgüye sahip fotonik kristalin TE modları için bant diyagramı. Silikondan yapılmış dielektrik sabiti $\epsilon_a = 13$ ve yarıçapı $\tilde{R} = 1.06$ olan çubukların silikadan yapılmış dielektrik sabiti $\epsilon_b = 2.25$ olan tabakaya gömülmesiyle en geniş bant aralığı elde edilmiştir. Elde edilen relatif bant aralığının genişliği $\approx 19.7\%$ 'dir ve tam ortadaki frekans $\tilde{\omega} = 0.18861$ 'dir.

Oluşturduğumuz modellemeye uygun alternatif bir diğer geometri ise köşedeki silindirik çubukların 45° dönmesiyle oluşturabilmektedir. Kare örgüye sahip silindirik çubukların 45° dönmesiyle elde edilen yapı dama tahtası görünümündedir.

Bir önceki modellemeye elde ettiğimiz yüksek iletim göz önünde bulundurulursa, oluşan bu alternatif yapı içinde benzer sonuçlar elde edilebileceğini ummak yanlış bir yaklaşım olmayacaktır. Çünkü daha önceden olduğu için köşede 2B FK vardır ve tek farkı 45° dönmüş kare

örgüye sahip olmasıdır. Bu durumda elde edilebilecek maksimum bant aralığı, dama görünümündeki yapının örgü vektörünün $a = \sqrt{2}a_{sq}$ alınarak hesaplanmasıdır, böylelikle çubukların yarıçapı da $\tilde{R} = Ra/2\pi = 1.06$ olarak bulunur.

Bant diyagramından görüldüğü üzere yasaklanmış bant aralığının frekansı ($0.170 < \tilde{\omega} < 0.207$) şeklindedir ve merkez frekansda $\tilde{\omega} = 0.18861$ 'dır. Bunun eski yapıya göre farklı olmasının sebebi bu yapı için kullandığımız örgü vektörü ($a = \sqrt{2}a_{sq}$) farklıdır.

Daha önceden yaptığımız hesaplamalar gibi şimdi 2B ÇKDK için bant diyagramını elde etmemiz gerekmektedir. Aynı şekilde büyük bir süperhücre seçtikten sonra TE modları için ($E_x = E_y = 0, E_z \neq 0$), ve dalga ilerleme yönünü x -yönünde alarak $\beta = \beta\hat{x}$, özdeğer problemini elde etmekteyiz.

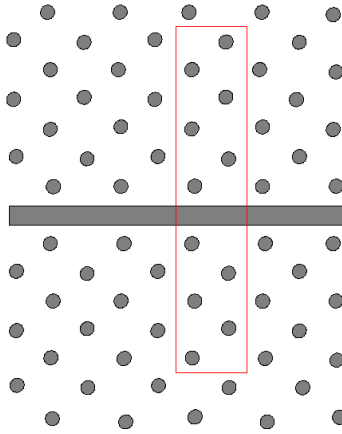
$$A_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} = |\beta + \mathbf{G}| [\epsilon^{-1}]_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} |\beta + \mathbf{G}'| \quad (2.13)$$

$$x_{\mathbf{G}} = |\beta + \mathbf{G}| E_z(\mathbf{G}) \quad (2.14)$$

bu denklemdeki ϵ^{-1} matrisi $\epsilon_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} = \epsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}')$ matrisinin tersidir ve şu şekilde yazılabilir;

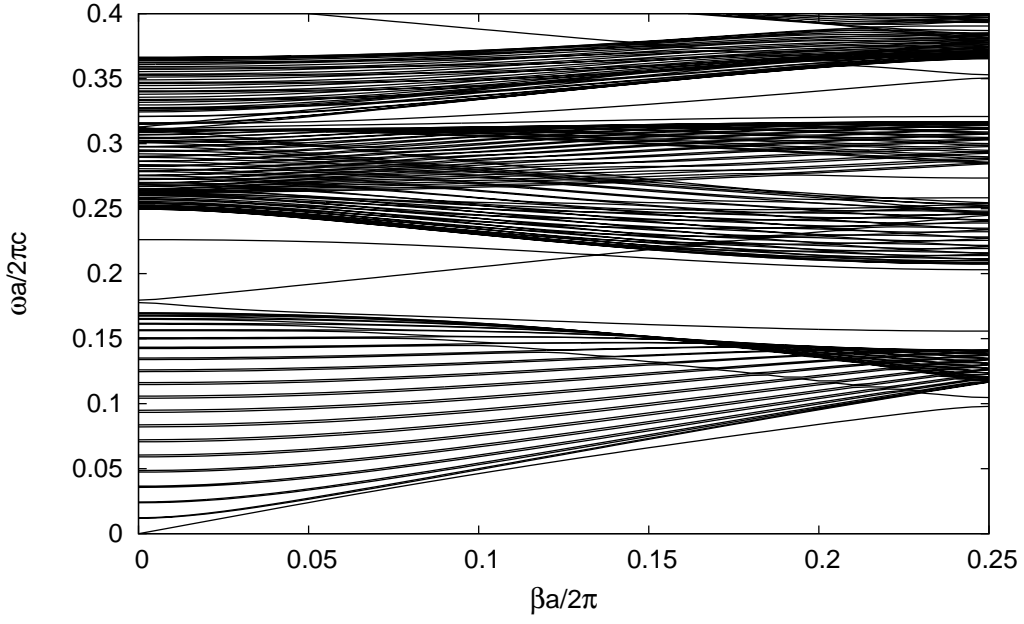
$$\begin{aligned} \epsilon(\mathbf{G}) = & \epsilon_b \delta_{\mathbf{G}\mathbf{0}} + (\epsilon_a - \epsilon_b) \frac{\pi R^2}{(2M+1)a^2} \frac{2J_1(GR)}{GR} \\ & \times \left[\sum_{j=1}^M 2 \cos[G_y(j-1/2)a] + \sum_{k=1}^{M-1} 2 \cos(G_x a/2 + G_y a k) + \cos(G_x a/2 + G_y M a) \right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

elde ettiğimiz denklemdeki 2.terim merkezdeki çekirdekten kaynaklanmaktadır, ve köşeli parantez içindeki terim de çubuklar için yapı faktörüdür.

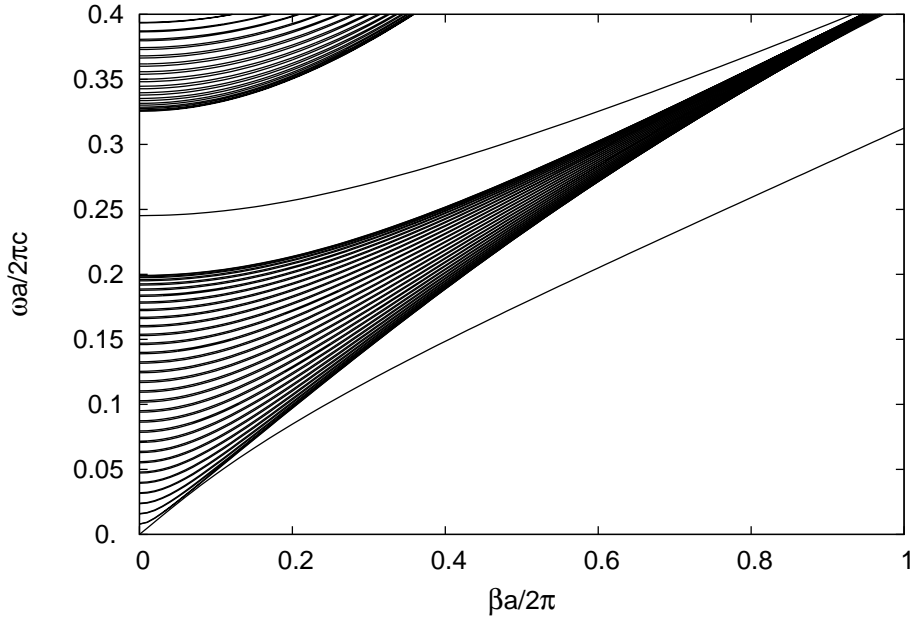


Şekil 2.30: Dama tahtası görünümündeki 2B ÇKDK için süperhücre geometrisi. Burada gösterilen süperhücre $ax3a$ büyüklüğündedir. Çizgisel kusur yaratmak için ortadaki bir sıra çıkarılarak yerine kalınlığı $\tilde{d} \equiv 2\pi d/a = 2.12$ silikondan yapılmış dielektrik bir çubuk konmuştur.

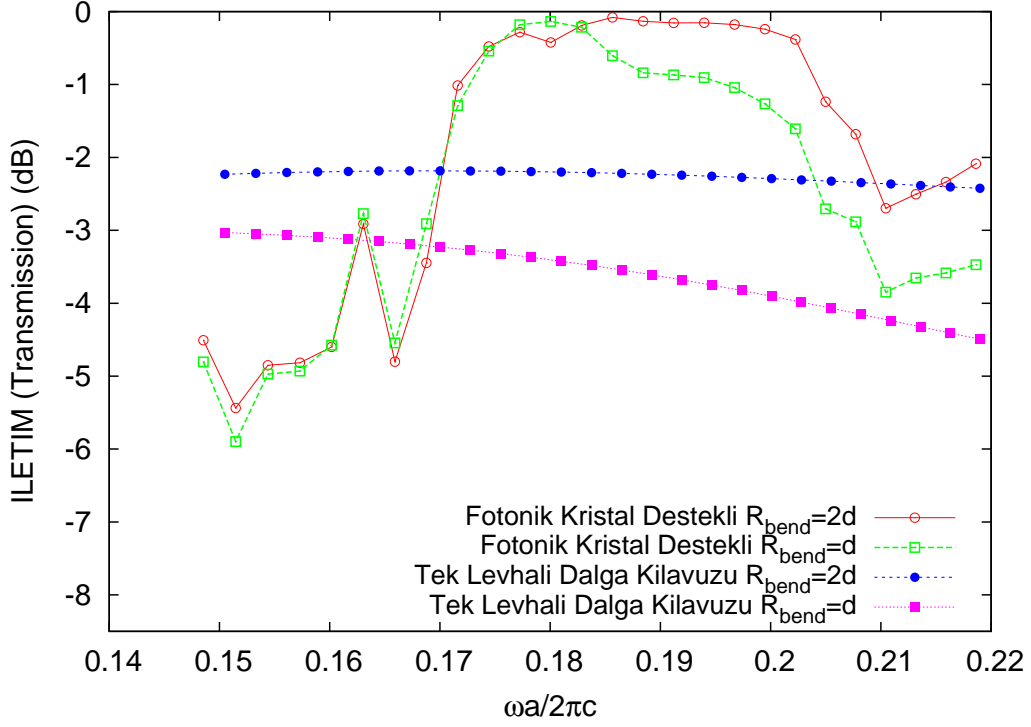
Elde ettiğimiz bant aralığına düşen tek-modlu kılavuzlanmayı destekleyen lokalize olmuş modu elde ettikten sonra, son adım olarakta 1B FKDK' nın bant diyagramını oluşturmamız gerekmektedir. Burada gene aynı şekilde aynı süperhücre seçilerek ve aynı parametreler kullanılarak bant grafiği çıkartılabilir, tek farklılık ortaya koyduğumuz Si levhanın kalınlığıdır.



Şekil 2.31: Dama tahtası 2B ÇKDK' nın bant diyagramı. Silikondan yapılmış çubukların yarıçapları $\tilde{R} = 1.06$, ve dielektrik sabitleri $\epsilon_a = 13$. Arka plan ise silikadan yapılmış olup dielektrik sabiti $\epsilon_b = 2.25$. Ortadan bir sıra çıkartılarak çizgisel kusur yaratılmış ve daha sonra ortaya dielektrik bir çubuk konmuştur. Konulan çubuğun kalınlığı $\tilde{d} \equiv 2\pi d/a = 2.12$.

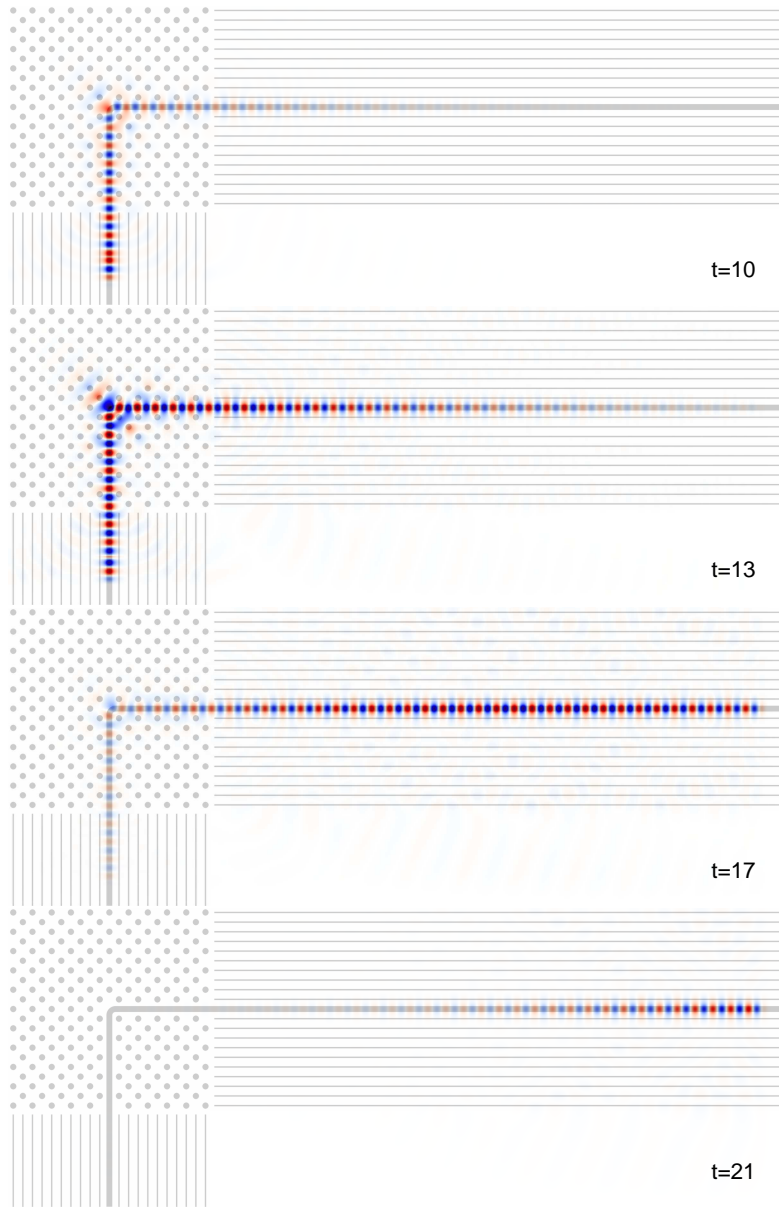


Şekil 2.32: 1B FKDK'nın lokalize olmuş modları. Silikondan yapılmış dielektrik sabiti $\epsilon_a = 13$ ve kalınlığı $\tilde{d}_{Si} = 1.125$ olan levhalar silikadan yapılmış dielektrik sabiti $\epsilon_b = 2.25$ olan tabakaya gömülmüştür. Çizgisel kusur elde edebilmek için ise bir sıra çıkartılmış ve yerine kalınlığı $\tilde{d} \equiv 2\pi d/a = 4$ olan levha konulmuştur.



Şekil 2.33: Dama tahtası köşe yapısı için frekansa bağlı olarak dB cinsinden iletim grafiği. Kırmızı eğri öngördüğümüz modelleme ile dönüş yarıçapı ortadaki kusur çubuğunun kalınlığının iki katına eşitken $R_{bend} = 2\tilde{d}$ ve yeşil eğri dönüş yarıçapı $R_{bend} = \tilde{d}$ ve aynı zamanda mavi eğri köşede 2 boyutlu fotonik kristal yokken düz bir dalgakılavuzunun kendi kalınlığının iki katı kadar bir yarıçapa eşitken döndürülmesi $R_{bend} = 2\tilde{d}$, ve aynı şekilde pembe eğri ise dönüş yarıçapı kendi kalınlığına eşitken döndürülmesi $R_{bend} = \tilde{d}$. Şekilde de görüldüğü üzere en yüksek iletim 2B FK' nın bant aralığında elde edilmektedir ($0.170006 < \omega < 0.207217$).

Yüksek iletimin elde edilebilmesi için en kritik ve önemli koşullardan birini her iki yapı içinde bant aralığına düşmüş lokalize modları bularak sağladık. Eğer şimdi merkez frekansda simülasyon sonuçlarına bakarsak;

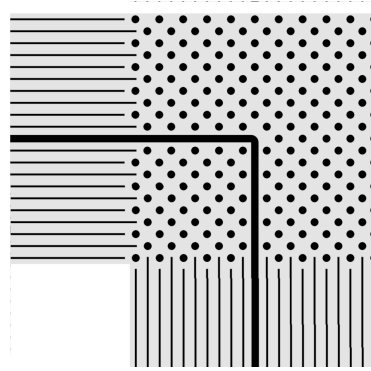


Şekil 2.34: Dönüş yarıçapı $R_{bend} = \tilde{d}$ iken FDTD simülasyon sonucuna bant aralığının ortasındaki frekansı seçerek $\tilde{\omega} = 0.188$, ve gauss kaynağının genişliğini $\Delta\tilde{\omega} = 0.1$ olarak bakarsak, dönüş neredeyse kayıpsız gerçekleşmektedir. Simülasyon resimleri Şek.C.1 ile aynı zaman aralıklarında alınmıştır.

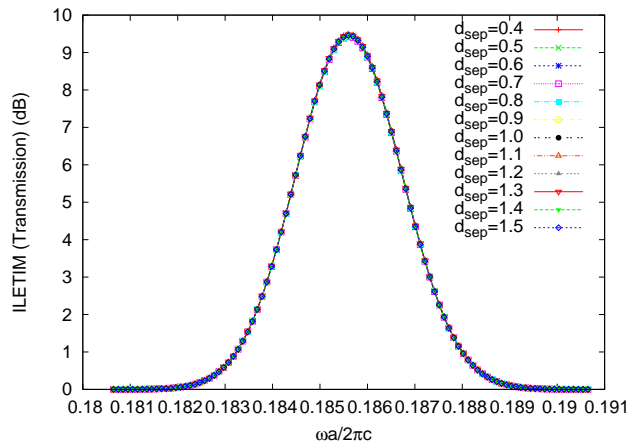
2.8.1 Mod Uyumu

45° dönmüş kare örgüye sahip modellemelerde elde edilen iletim miktarı, Si çubuklardan oluşan kare örgüden daha az çıkmaktadır. Bunun en basit açıklaması giriş ve çıkış yüzeylerindeki

yansımalar olabilir. Çünkü mod bu geçiş esnasında birebir uyum sağlamazsa iletimde kayıplar oluşmaktadır. Bu yüzden 1B FKDK ve 2B ÇKDK arasındaki mesafeyi değiştirerek iletimin değişip değişmeyeceğine bakmak yararlı olacaktır. Önceki öngördüğümüz modellemede 1B FKDK' yı oluşturan her levhanın bittiği nokta ile 2B ÇKDK' yı oluşturan her çubuğun merkezi eşit uzaklıktaydı (d_{sep}). Ancak şimdi ki durumda her levha çubuklara eşit mesafede değildir (dama tahtasına benzer bir görüntü vardır). Bu yüzden de mesafeyi her çubuk için aynı alabiliriz (Fig.2.35) ve böylelikle fotonik kristal destekli yapı tarak görünümünde olacaktır.

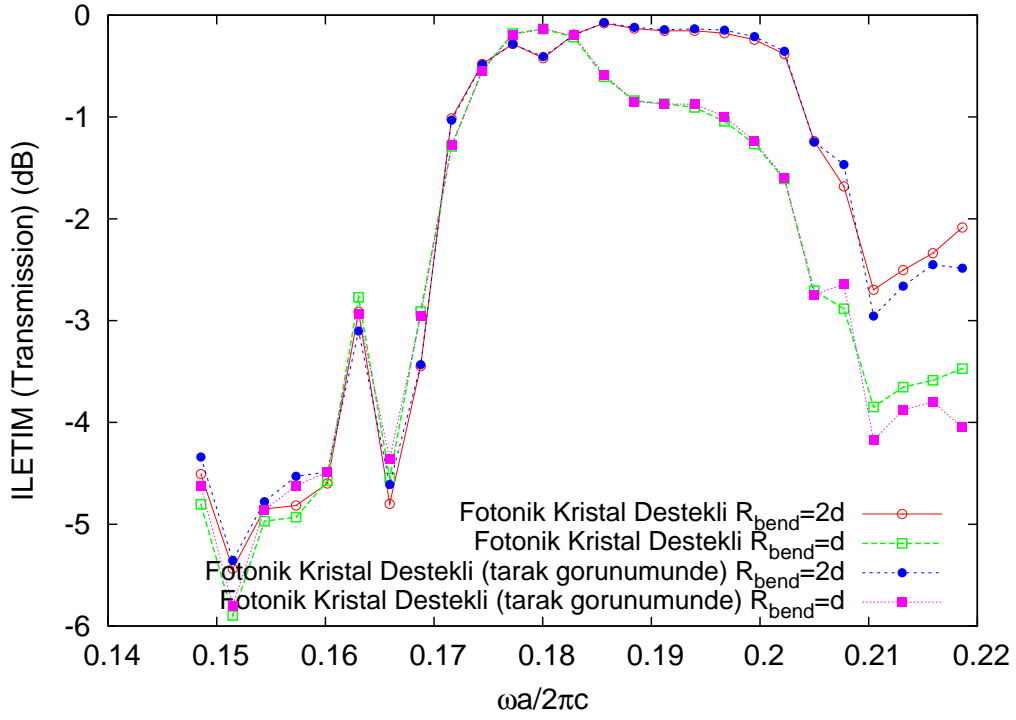


Şekil 2.35: 1B FKDK' yı oluşturan her levhanın 2B ÇKDK' yı oluşturan her çubuğa olan uzaklığı eşit mesafede alınırsa belki de giriş ve çıkış yüzeylerinde oluşan yansımalar engellenebilir, $d_{sep} = 0.4$ alınarak tarak görünümünde fotonik kristal destekli yapı oluşmaktadır.



Şekil 2.36: $R_{bend} = \tilde{d}$ iken gauss kaynak kullanılarak merkez frekansda $\tilde{\omega} \equiv 0.185$ ve frekans genişliği $R_{bend} = \tilde{d}$ seçilerek 1B-2B sistem arasındaki mesafeler değiştirilerek ne kadar iletim olduğu gözlemlenmiştir.

Sonuç olarak aradaki mesafeyi her çubuk için aynı almanın (diğer bütün parametreler aynı şekilde alınarak) hiçbir etkisi olmadığını elde etmiş bulunmaktayız (Şek.2.37). Bu durumda kullandığımız d_{sep} değerinin etkisini gözlemleyebilmek için en uygun mesafenin hangi değerde çıktığına bakabiliriz (Şek.2.36). Ancak yine aynı şekilde iletim miktarında aynı şekilde hiçbir değişiklik olmamıştır.



Şekil 2.37: 1B FKDK' dan 2B ÇKDK' ya geçiş esnasında aradaki mesafenin etkisini kıyaslayabilmek için elde edilmiş iletim grafiği. Kırmızı ve yeşil eğriler önceden elde ettiğimiz sonuçları göstermektedir. Dönme yarıçapı sırasıyla $R_{bend} = 2\tilde{d}$ ve $R_{bend} = \tilde{d}$ için olup her levhanın çubuklara olan mesafeleri farklıdır. Mavi eğri ise $R_{bend} = 2\tilde{d}$ iken levhaların çubuklara olan mesafesi aynı iken elde edilmiş sonuçlardır ve kırmızı eğri ile birebir aynı sonucu vermektedir. Pembe eğri ise $R_{bend} = \tilde{d}$ iken 1B-2B sistem için eşit mesafe alınınca çıkan sonuçtur.

3. Sonuçların Özeti

Bu proje kapsamında yaptığımız çalışmalar sonucunda, elektromanyetik dalgaların çok az kayıpla 90° dönmelerini sağlayan düz kısımları 1 boyutlu, köşe kısımları ise 2B fotonik kristallerden oluşan çeşitli orijinal yapılar tasarlandı. Bunlar arasında bu alanda pratikte kullanılabilecek kadar ümit vaadeden iki yapı bulduk. Bunlar kare örgü halinde, silika ortam içine gömülmüş, kesitleri daire veya kare olan silikon çubuklardan oluşan yapılarıdır. Yine iletim değeri oldukça yüksek olan bir diğer benzer yapı da, köşe elemanının 45° döndürülmesiyle elde edilen "dama tahtası" örgü yapısına benzer şekilde, silika içine gömülmüş silikon çubuklardan oluşan yapıydı. Bu da bant aralığı içinde %95 veya üstü bir iletim değeri verdi.

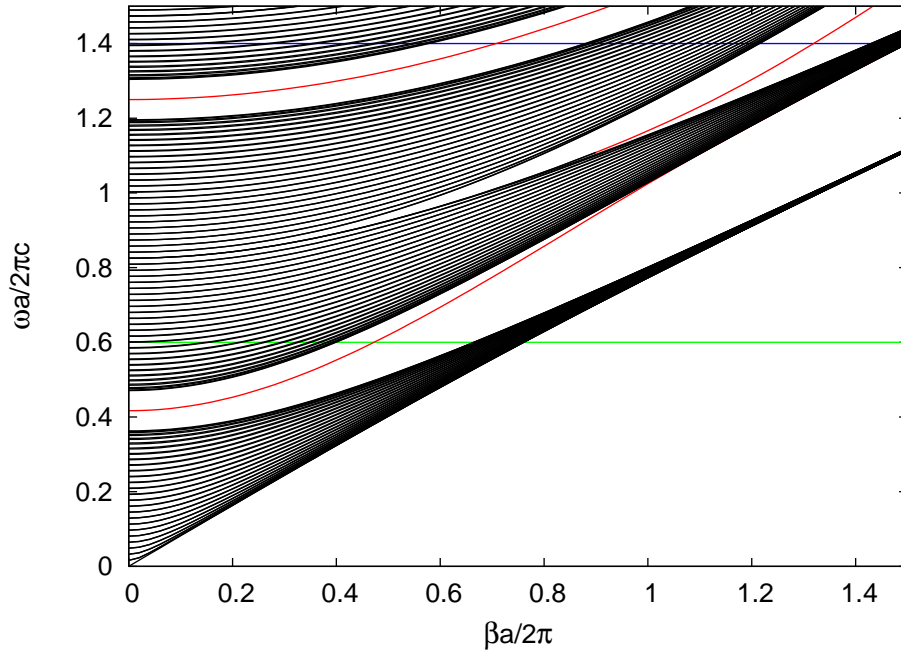
Tek boyutlu fotonik kristali en basit bir şekilde dairesel olarak büküp döndürerek elde edilen köşe geometrisi, eğer dönme yarıçapı yeterince büyük değilse, beklenebileceği gibi düşük iletim değerleri gösterdi. Aşağıda bu çalışmada incelenen çeşitli yapıların geometrik parametreleri ve iletim değerleri verilmektedir.

Örgü	Çubuk Kesiti	ϵ_a	ϵ_b	$R_{\text{çubuk}}$	R_d	R_{levha}	R_{bend}	Frekans Aralığı	İletim
Kare	Daire	13	2.25	1.5	1	0.5625	2	0.240 – 0.293	0.98
Kare	Daire	13	2.25	1.5	1	0.5625	4	0.240 – 0.293	0.995
Kare	Daire	2.25	13	3	4.064	0.923	Seçenek 0	0.226 – 0.236	0.76
Kare	Daire	2.25	13	3	1	0.5625	Seçenek 1	0.240 – 0.293	0.73
Kare	Daire	2.25	13	3	1	0.5625	Seçenek 2	0.240 – 0.293	0.53
Kare	Daire	2.25	13	3	1	0.5625	Seçenek 3	0.240 – 0.293	0.34
Kare	Daire	2.25	13	3	1	0.5625	Seçenek 2	0.240 – 0.293	0.55
Kare	Kare	13	2.25	1.33	1	0.5625	2	0.240 – 0.293	0.985
Kare	Kare	13	2.25	1.33	1	0.5625	4	0.240 – 0.293	0.995
Dama	Daire	13	2.25	1.06	2.12	0.5625	4.14	0.170 – 0.207	0.96
Dama	Kare	13	2.25	1.06	2.12	0.5625	8.28	0.170 – 0.207	0.98
1B FKDK	–	13	2.25	–	1	0.5625	5.5	0.210 – 0.328	0.79

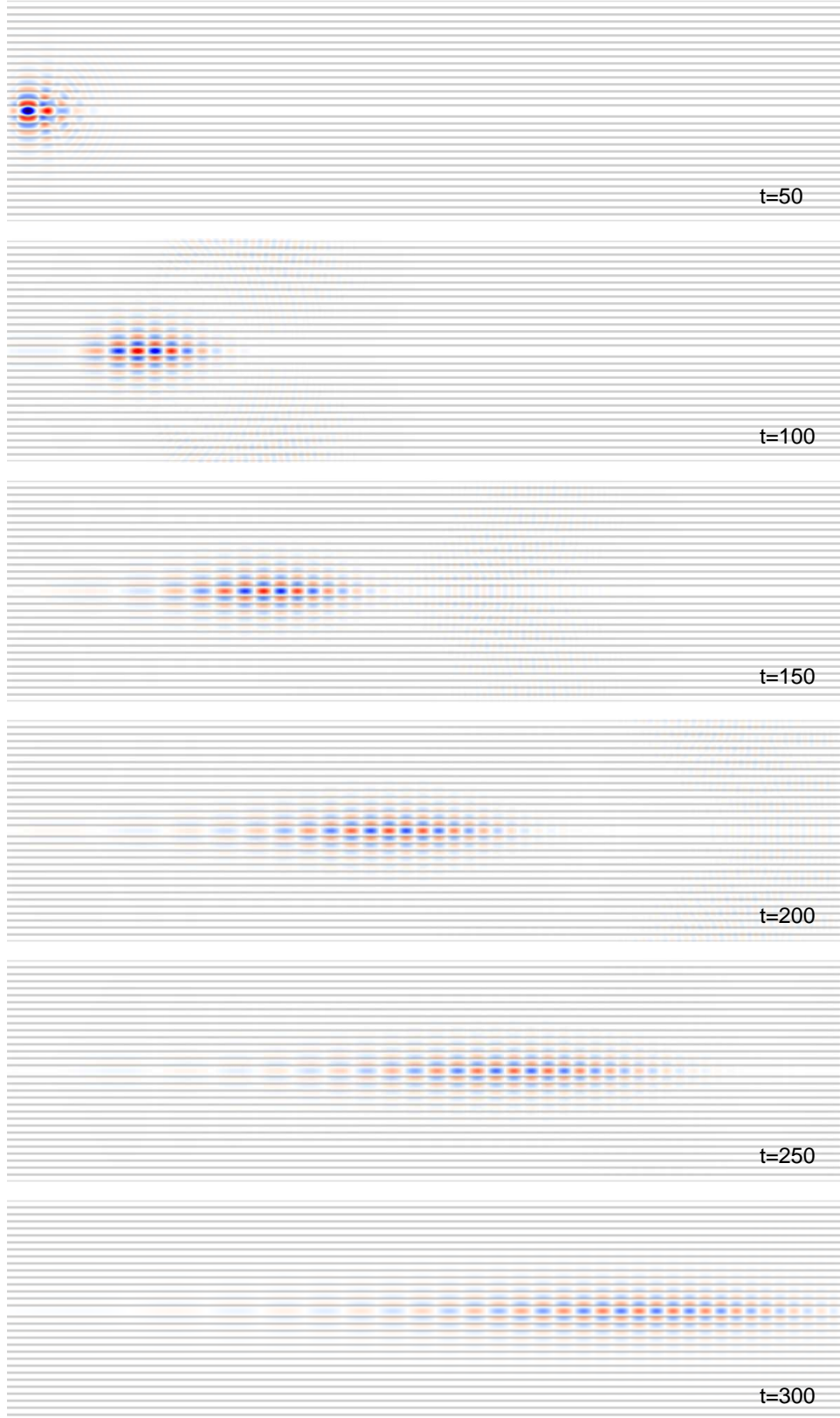
Bu değerler 2B yapı için elde edildi ve bize hangi tür bir köşe yapısının kayıpları asgari düzeyde tutabileceği hakkında çok iyi bir fikir vermektedir. Ancak endüstriyel/ticari nihai uygulamalar için düşünüldüğünde, yapılanlar yeterli değildir, çünkü bir optik devrede, gerek düz dalga kılavuzunun, gerekse köşe elemanının sonlu bir yüksekliği olacağından, simülasyonların bir alttaş (substrate) üzerine oturtulmuş ve sonlu yükseklikte bir yapı için yapılması, ve bu üçüncü boyutta yapılabilecek optimizasyonların da belirlenmesi, pratik açıdan bu yapıyı üretime hazır bir hale getirecektir. Projemizin bir sonraki aşaması, bu yapıların 3 boyutlu halleriyle simülasyonlarını yaparak, üretime tam hazır bir tasarım oluşturmaktır.

Çalışmalarımızı Eskişehir Anadolu Üniversitesinde 8 – 12 Haziran tarihinde düzenlenen NANO-TR konferansında ve İTÜ’de 10 – 13 Ağustos tarihleri arasında düzenlenen Nanomats konferansında sunduk. Ayrıca “90° Photonic Crystal Waveguide Bend” isimli makalemiz yayın için gönderilmiş olup, bu raporun hazırlandığı tarih itibarıyla revizyon aşamasındadır.

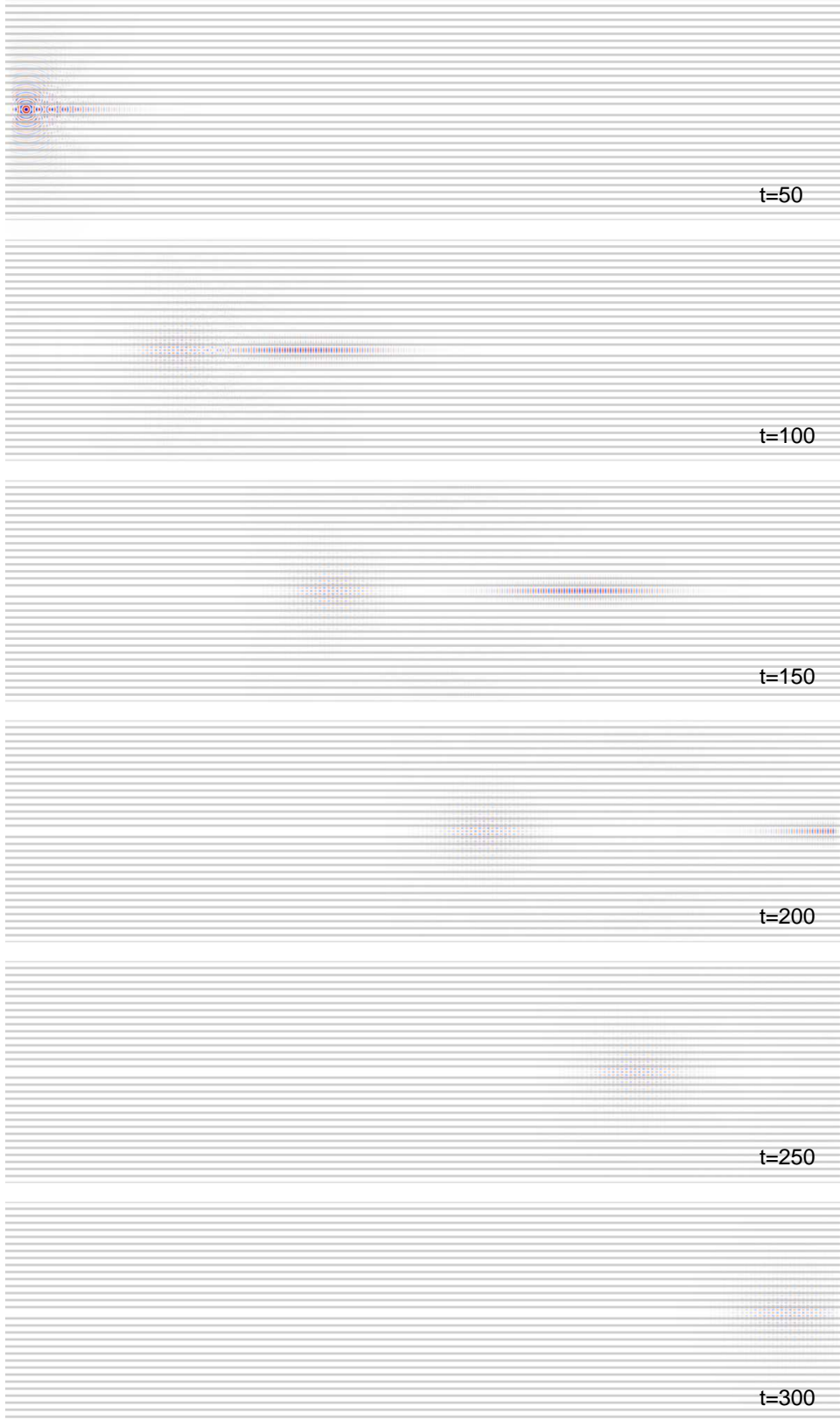
A. 1 Boyutlu Silika Fotonik Kristal Dalga Kılavuzunda Değişik Frekanslarda EM Dalga Yayılımı



Şekil A.1: 1 Boyutlu fotonik kristal dalga kılavuzunun TE modları için bant diyagramı. β dalga kılavuzu boyunca dalga vektörü, ω ise dalganın frekansıdır. Siyah bantlar kılavuzlanmayan radyasyon modlarını, kırmızı bantlar ise kılavuzlanan modları gösteriyor. $\omega = 0.6$ değerini gösteren yatay yeşil çizgi kırmızı eğrileri tek noktada kesiyor. Bu kesişim noktasındaki β değeri kılavuzlanan dalganın dalga vektörünü gösteriyor. $\omega = 1.4$ için çizilen yatay mavi çizgi ise kırmızı eğrileri iki noktada kestiğinden, bu frekanstaki kılavuzlanma çift modlu olacak. Bunun sonucu olarak Şekil A.3 da görüldüğü gibi, bir gauss paketi, β değerinde olduğuna bağlı olarak farklı hızlarda hareket edecektir.



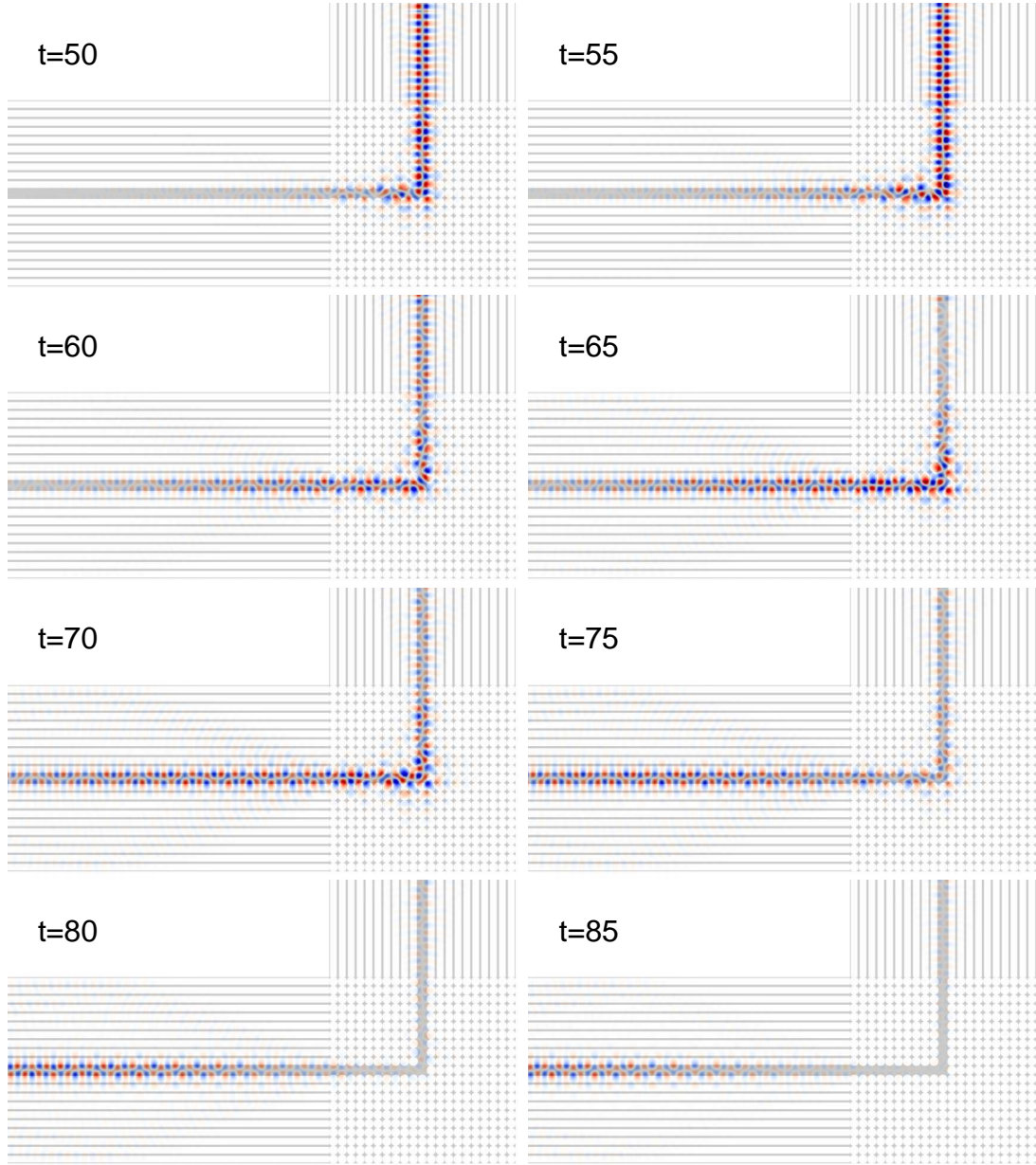
Şekil A.2: $\omega = 0.45 \pm 0.1$ için bir gauss dalga kaynağının yaydığı radyasyonun elektrik alanının z -bileşeninin (E_z) fotonik kristal içinde değişik zamanlardaki durumu. Kırmızı bölgelerde $E_z > 0$, mavi bölgelerde $E_z < 0$. Gri bölgelerde $\epsilon = 2.25$, diğer yerlerde $\epsilon = 1$.



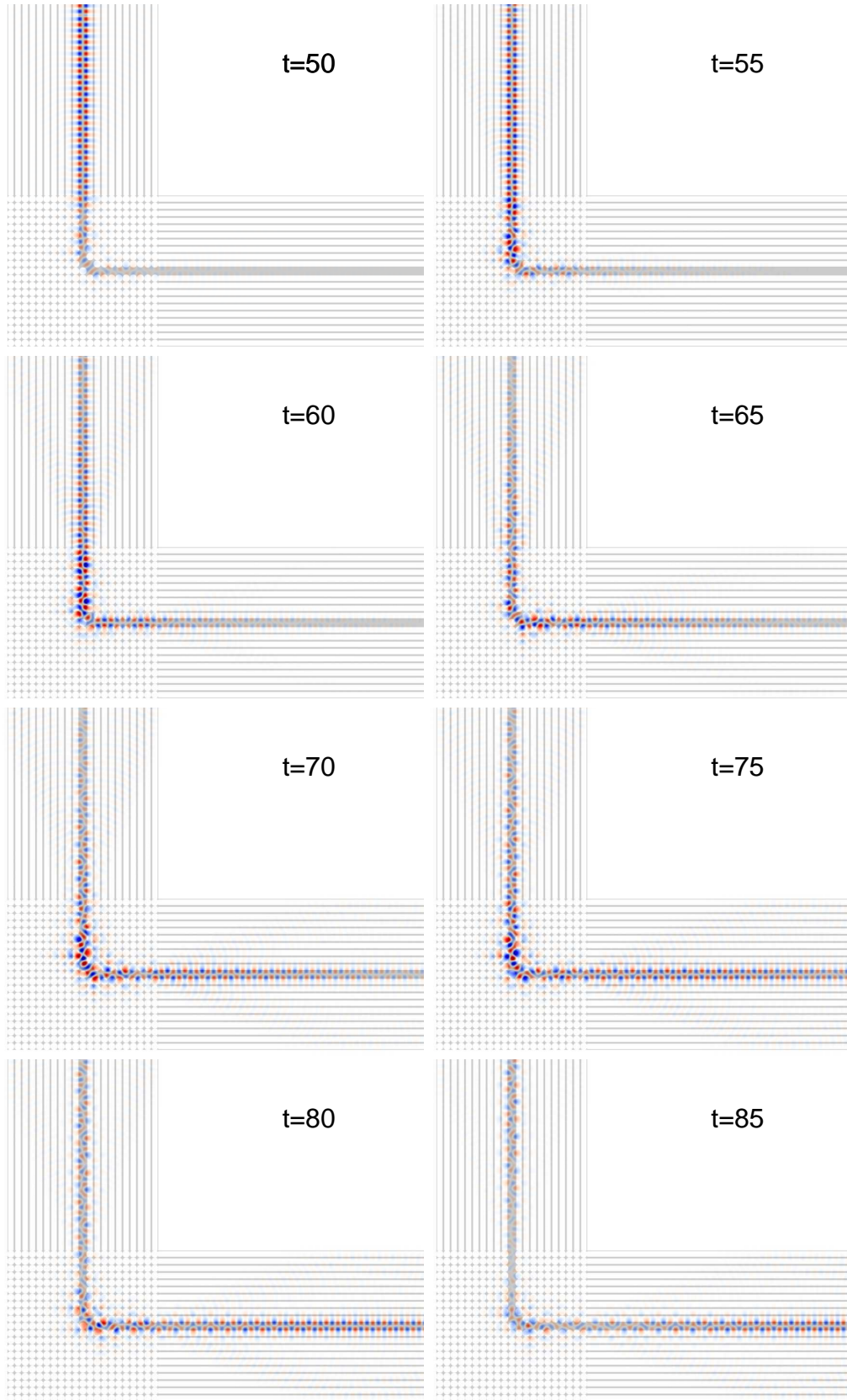
Şekil A.3: $\omega = 1.40 \pm 0.1$ için bir gauss dalga kaynağının yaydığı radyasyonun elektrik alanının z -bileşeninin (E_z) fotonik kristal içinde değişik zamanlardaki durumu. Kırmızı bölgelerde $E_z > 0$, mavi bölgelerde $E_z < 0$. Gri bölgelerde $\epsilon = 2.25$, diğer yerlerde $\epsilon = 1$.

B. Silika Çubuklar Si Ortamındayken Yapılan Simülasyonlar

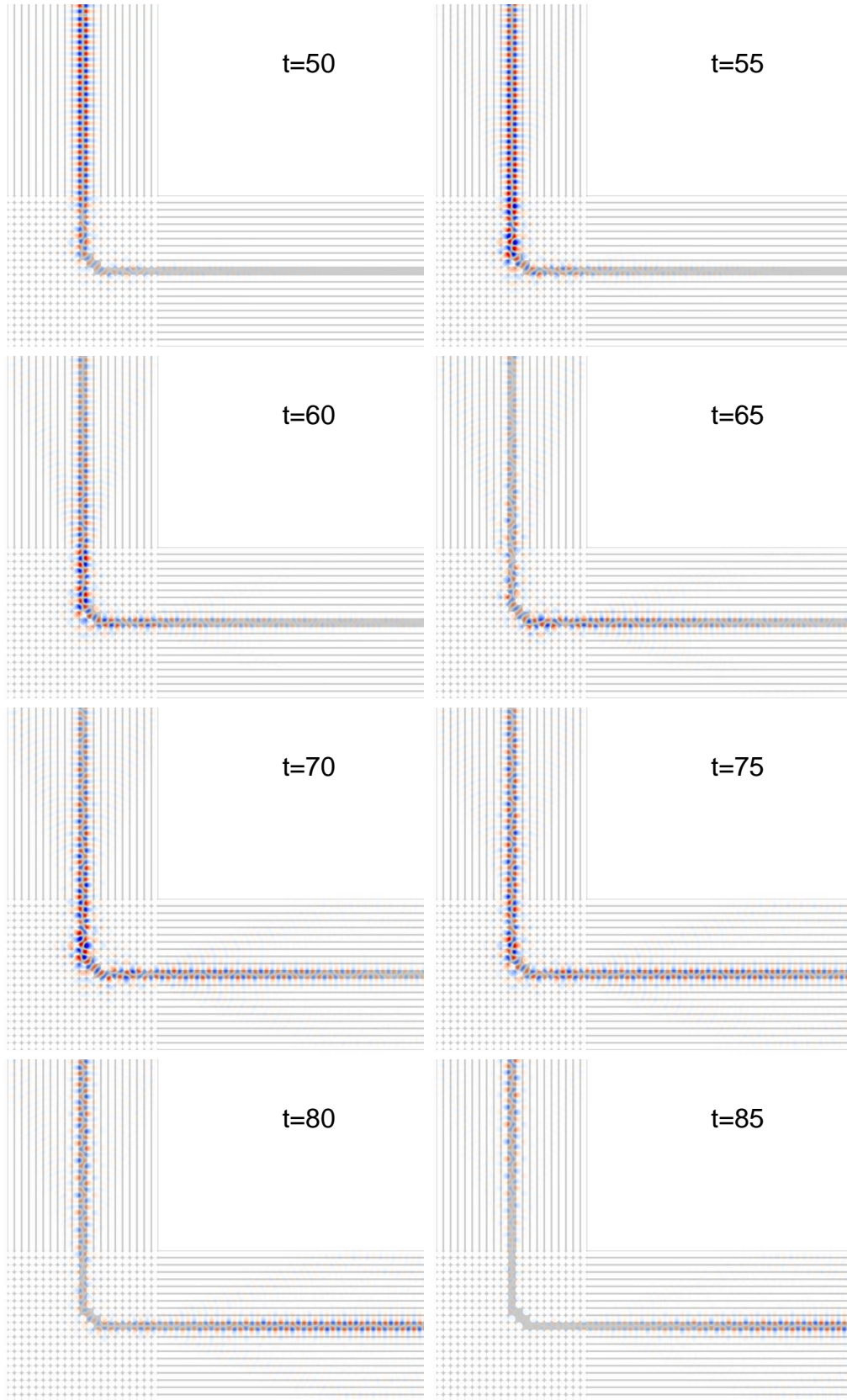
Bu bölüm silika çubukların Si ortamındayken farklı seçeneklere göre elde edilmiş elde edilmiş simülasyon sonuçlarını içermektedir.



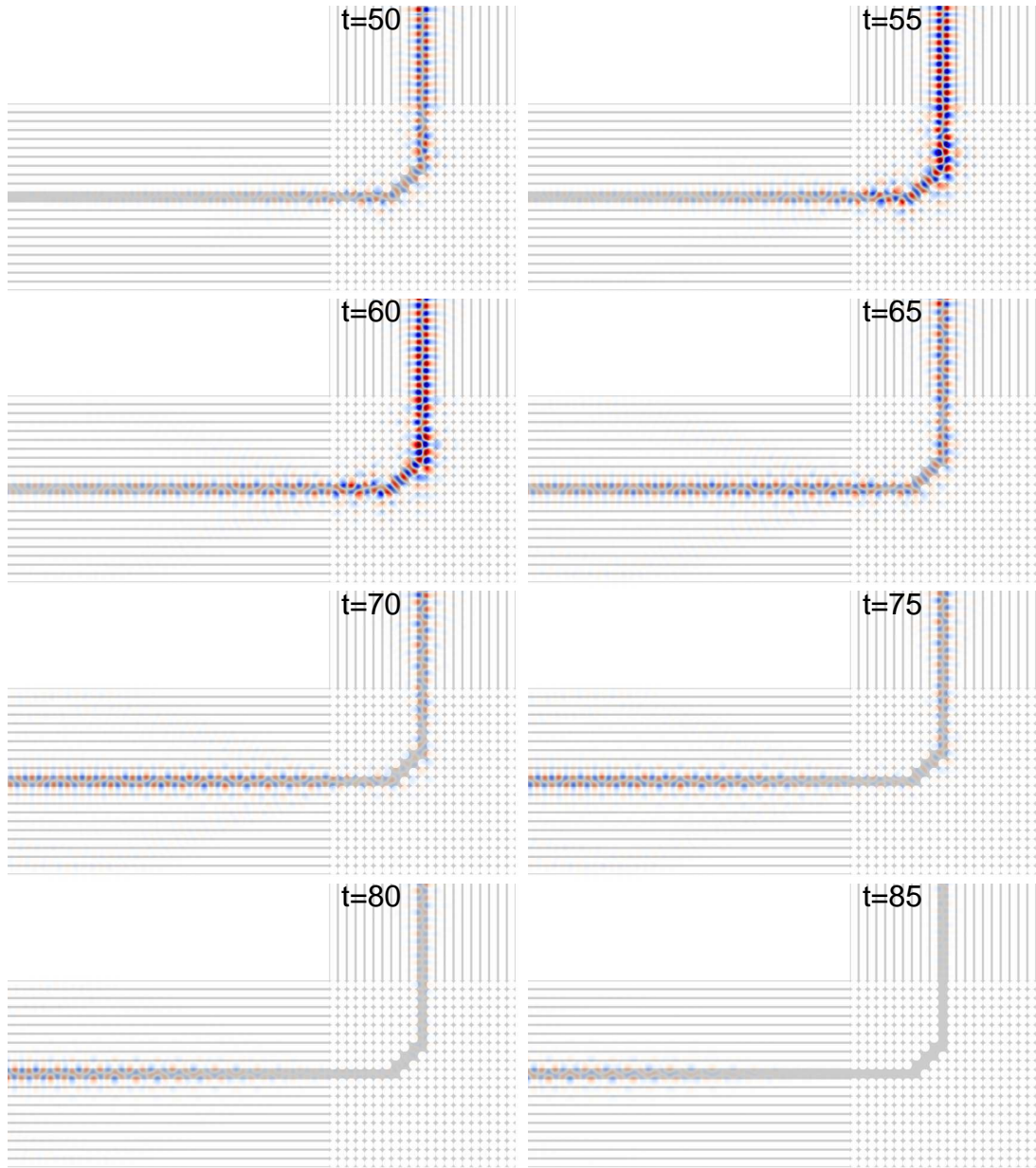
Şekil B.1: Seçenek 0



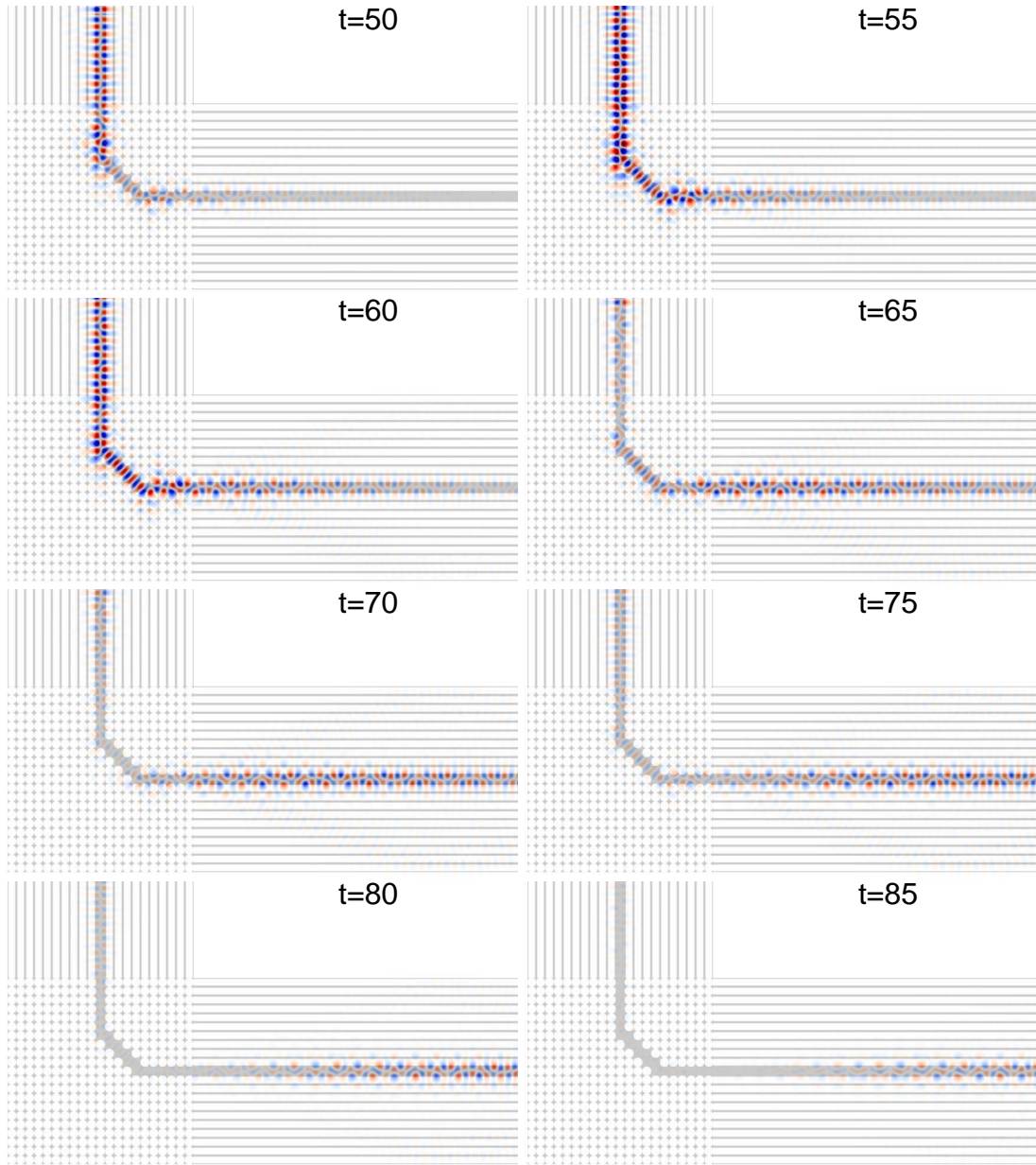
Şekil B.2: Seçenek 1



Şekil B.3: Seçenek 2

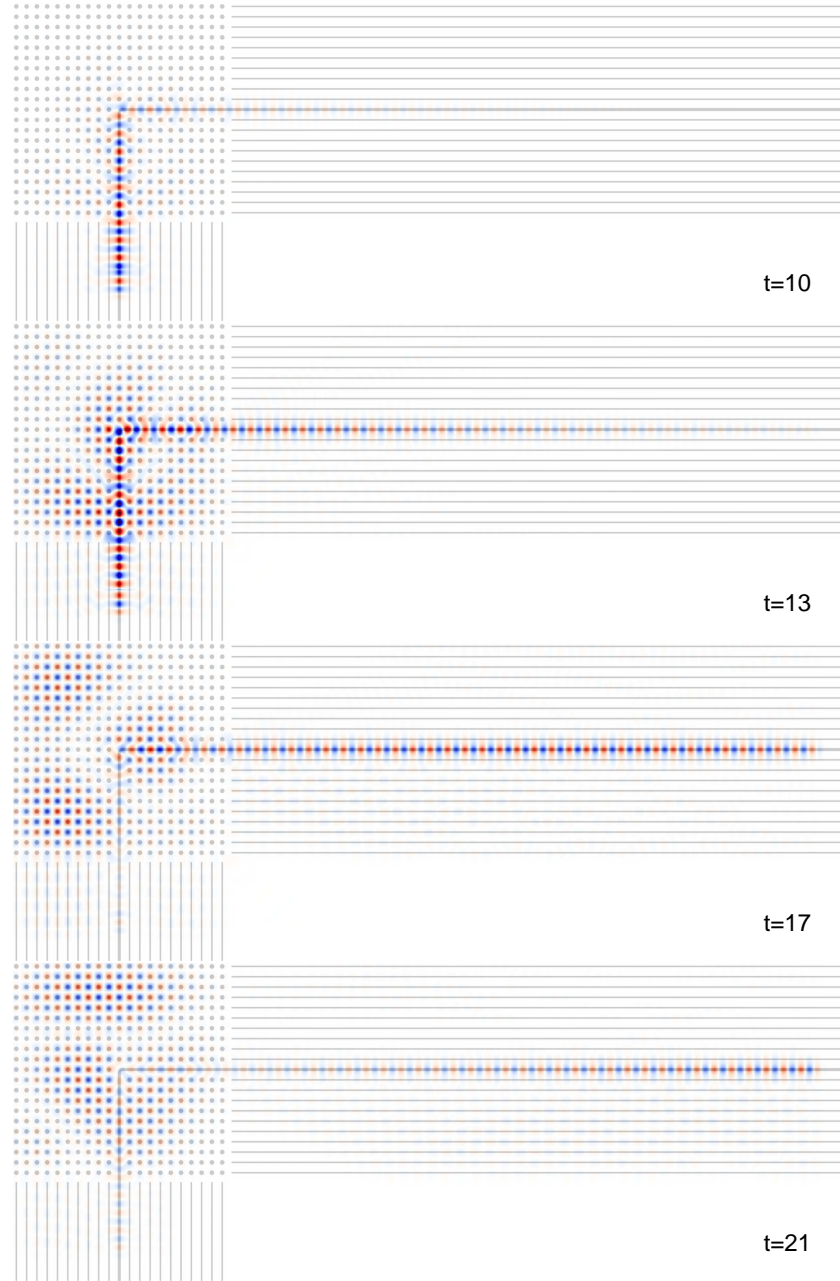


Şekil B.4: Seçenek 3

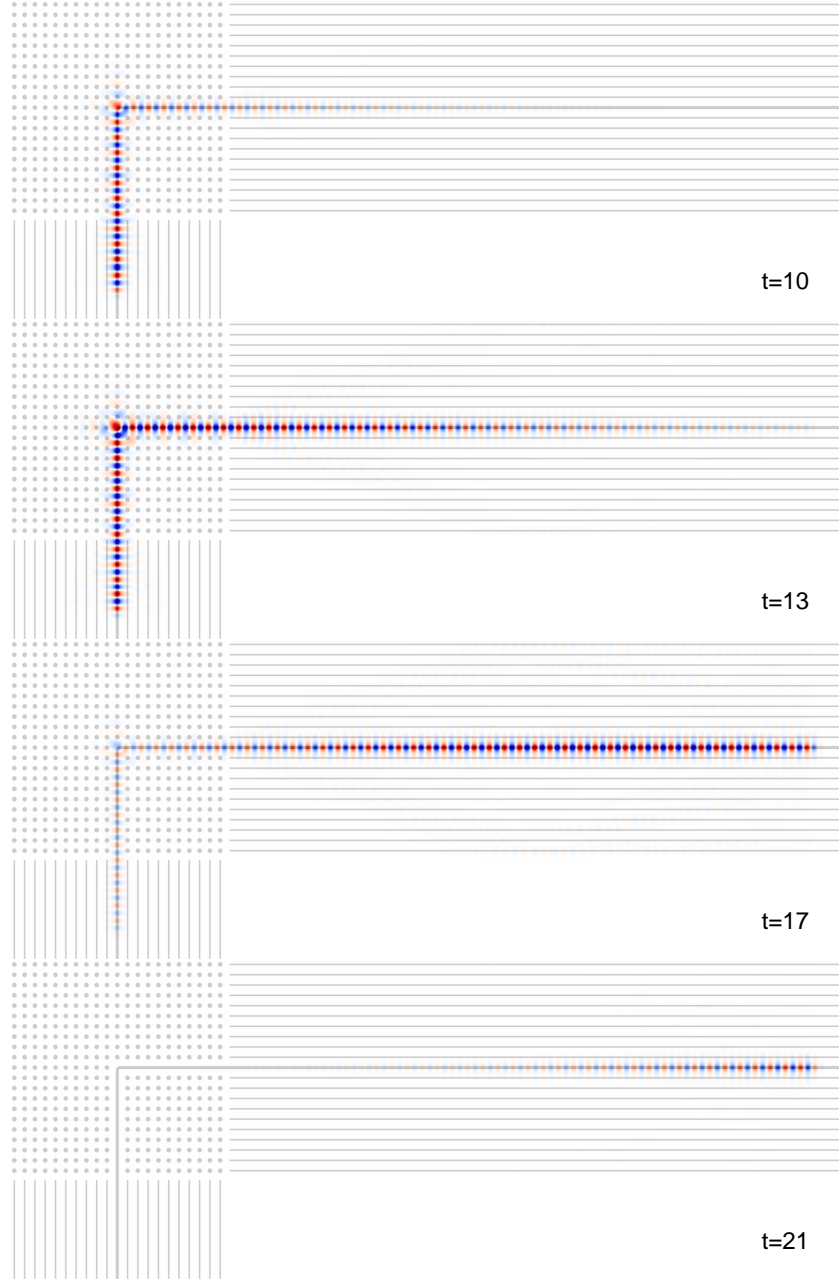


Şekil B.5: Seçenek 4

C. Si Çubuklar Silika Ortamındayken Simülasyon Sonuçları



Şekil C.1: Fotonik kristal destekli dalga kılavuzunun bant boşluğunun dışında seçilmiş bir frekansa, $\tilde{\omega} = 0.23889$ için frekans genişliği $\Delta\tilde{\omega} = 0.1$ alınarak yapılmış FDTD simülasyonu. Dönme yarıçapı merkezdeki çekirdeğin (core) kalınlığı kadar $R_{\text{bend}} = \tilde{d}$ alınmıştır.



Şekil C.2: Bant aralığının tam ortasına denk gelen $\tilde{\omega} = 0.2667$ frekansında bir gauss dalga kaynağı kullanarak elde edilen simülasyon sonuçları Şek. C.1 ile aynı zaman aralıklarıyla alınmıştır ve gene dönme yarıçapı $R_{\text{bend}} = \tilde{d}$ dar seçilmiş bile olsa 90° 'lik dönüş neredeyse kayıpsız tamamlanmaktadır.

D. Kare Örgülü Dairesel Kesitli Çubuklardan Oluşan 2B Dalga Kılavuzu Bant Yapısı Programı

```

C----- Program ldwg-sq.f
C----- This program calculates the band structure of the 2D photonic crystal
C----- made up of dielectric cylindrical rods of dielectric constant epsa
C----- embedded in a host medium with dielectric constant epsb, arranged in
C----- a square lattice with lattice constant alattice.
C----- Normalized units are used for k, G and length, such that
C----- k and G are in units of 2*PI / a
C----- length units such as R, and a are in units of a / 2*PI
C----- frequency w is in units of 2*PI*c / a
C----- The ordinary eigenvalue problem A * x = lambda * x
C----- is solved using the LAPACK routine dsyev for TE and TM modes
C----- using either the E or the H method.
      implicit double precision(a-h,o-z)
      parameter (PI=3.141592653589793238D0)
      parameter (MSCx=0,MSCy=50)
      parameter (MGxmax=6*(2*MSCx+1), MGymax=6*(2*MSCy+1))
      parameter (NGxmax=2*MGxmax+1,NGymax=2*MGymax+1)
      parameter (Nmax=NGxmax*NGymax)
      parameter (nbeta=100)
C----- work and lwork are needed by the LAPACK subroutine dsyev
      parameter(lwork=3*Nmax-1)
      double precision work(lwork)
      double precision etaofg(Nmax,Nmax)
      double precision A(Nmax,Nmax),W2(Nmax),Gx(Nmax),Gy(Nmax)
      double precision kx,ky,k
      character*1 method
      character*2,mode
C=====main program begins
      alattice=2*PI
C----- Ask for the values of the parameters of the photonic crystal
C----- Rd is the distance from the axis of the line defect to the line
C----- joining the centers of the radii of the nearest row of cylinders
C----- The output of this program will be plotted by gnuplot, so put
C----- a # as the first character for gnuplot to ignore these lines.
      print *,'#Output of ldwg-sq2.f'
      print *,'#Enter epsa,epsb,R,epsd,Rd,mode'
      read *, epsa,epsb,R,epsd,Rd,mode
      method='E'

      etaa=1./epsa
      etab=1./epsb
      aylattice=2.D0*(MSCy+1)*alattice
      axlattice=(2.D0*MSCx+1)*alattice
C----- The area of the supercell
      Vcell=axlattice*aylattice
      betamax=0.5*(alattice/axlattice)
      print *,'#NSC=', NSC
      print *,'#epsa=', epsa
      print *,'#epsb=', epsb
      print *,'#R=', R
      print *,'#Rd=', Rd
      print *,'#method=', method
      print *,'#alattice=',alattice
      print *,'#axlattice=',axlattice
      print *,'#aylattice=',aylattice
      print *,'#mode=',mode
C----- Select the G points for the rectangular superlattice
      N=0

```

```

do i=-MGxmax, MGxmax
  do j=-MGymax, MGymax
    N=N+1
    Gx(N)=i*(alattice/axlattice)
    Gy(N)=j*(alattice/aylattice)
  end do
end do
print*, "#N=", N
C----- For the E-method, calculate eps(G-G') ...
  do i=1, N
    do j=1, N
      etaofg(i, j)=eofg(epsa, epsb, R, Rd, MSCx, MSCy, alattice,
&                      Vcell, Gx(i)-Gx(j), Gy(i)-Gy(j))
    end do
  end do
C----- ... and invert eps(G-G')
  call dpotrf('U', N, etaofg, Nmax, info )
  call checkinfo('dpotrf', info)
  call dpotri('U', N, etaofg, Nmax, info )
  call checkinfo('dpotri', info)

C----- For nbeta points, beta=0, ..., 0.5, calculate the frequencies
  kx=0 ; ky=0
  do ibeta=0, nbeta
    beta=ibeta*(betamax/nbeta)
C----- Now calculate A
C----- for TE modes, A(i, j)= |k+G(i)| * |k+G(j)| * eta(i, j)
C----- for TM modes, A(i, j)= (k+G(i)) . (k+G(j)) * eta(i, j)
C----- for E method eta(i, j) = [eps^{-1}]_{i, j}
C----- for H method eta(i, j) = eta(i, j)
    do jg=1, N
      do ig=1, N
        if (mode.eq.'TE') then
          A(ig, jg) = etaofg(ig, jg)
&          *vecabs(beta+gx(ig), ky+gy(ig))*vecabs(beta+gx(jg), ky+gy(jg))
        else
          A(ig, jg) = etaofg(ig, jg)
&          * ( (beta+gx(ig))*(beta+gx(jg)) + (ky+gy(ig))*(ky+gy(jg)) )
        end if
      end do
    end do
C----- Now call dsyev to calculate the eigenvalues
    call dsyev('N', 'U', N, A, Nmax, W2, work, lwork, info)
    call checkinfo('dsyev ', info)
    write(6, 100)beta, (dsqrt(W2(i)), i=1, N)
  end do
  stop
  100 format(100000(F13.6))
end
C===== end of main
subroutine checkinfo(routine, info)
implicit double precision(a-h, o-z)
character *6, routine
integer info
if(info.ne.0)then
  print *, routine//' returned info=', info
  stop
end if
return
end

double precision function vecabs(x, y)
implicit double precision(a-h, o-z)
vecabs=dsqrt(x**2+y**2)
return
end
C=====
C----- Calculate the Fourier Coefficients
double precision function
&      eofg(ea, eb, R, Rd, MSCx, MSCy, alattice, Vcell, Gx, Gy)

```

```

implicit double precision(a-h,o-z)
parameter (PI=3.141592653589793238D0)
G=vecabs(Gx,Gy)
if(G.lt.1d-7) then
  sum=eb
else
  sum=0
end if
epsylofg = (ea-eb) * (PI*R**2 / Vcell)*besjldx(G*R)
epsrectofg= (ea-eb) * (alattice*2*Rd/Vcell)
&          * sinxdx(Gx*alattice/2)*sinxdx(Gy*Rd)
C----- central rectangular part
sum = sum + epsrectofg
C----- now calculate the remaining rows which are cylinders
do j=1,MSCy
  bx=0
  by=(j+0.5D0)*alattice
  Gdotb = Gx*bx + Gy*by
  sum=sum + 2.d0*dcos(Gdotb) * epsylofg
end do
eofg=sum
return
end

C=====
double precision function besjldx(x)
implicit double precision(a-h,o-z)
if(dabs(x).lt.1.d-7) then
  besjldx = 1
else
  besjldx = 2.D0 * dbesjl(x) / x
end if
return
end

C=====
double precision function sinxdx(x)
implicit double precision(a-h,o-z)
if(dabs(x).lt.1.d-7) then
  sinxdx=1
else
  sinxdx= dsin(x) / x
end if
return
end

```

Kaynakça

- [1] Baba, T., N. Fukaya, J. Yonekura, Observation of Light Propagation in Photonic Crystal Optical Waveguides with Bends. *Electronics Letters*35:654-655, (1999).
- [2] Baba, T., D. Mori, Y. Kuroki, Light Localization in Photonic Crystal Line Defect Waveguides. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 3:484-491, (2004).
- [3] Benisty, H., Modal Analysis of Optical guides with Two-Dimensional Photonic Band Gap Boundaries. *Journal Applied Physics* 79:7483-7492, (1996).
- [4] Berenger, J. P., A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics* 114:185-200, (1994).
- [5] Borel, P. I., A. Harpoth, L. H. Frandsen, M. Kristensen, Topology Optimization and Fabrication of Photonic Crystal Structure. *Optics Express*12:1996-2001, (2004).
- [6] Charlton, M. D. B., M. E. Zoorob, G. J. Vuckovic, A. Sherrer, T. Pearsall, Experimental Investigation of Photonic Crystal Waveguide Devices and Line-Defect Photonic Crystal Waveguide. *Material Science Engineering B*74:17-24, (2000).
- [7] Chow, E., S. Y. Lon, J. R. Wendt, S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos, Quantitative Analysis of Bending Efficiency in Photonic Crystal Waveguide Bends at $\lambda = 1.55\mu m$ Wavelengths. *Optics Letters*26:286-288, (2001).
- [8] Chutinan, A., M. Okano, S. Noda, Wider Bandwidth with High Transmission Through Waveguide Bends in a Two-Dimensional Photonic Crystal Slabs. *Applied Physics Letters* 80:1698-1700, (2002).
- [9] Fogli, F., J. P. Alberte, G. Bellanca, P. Bassi, Analysis of Finite 2-D Photonic Bandgap Lightwave Devices Using the FDTD Method. *Proc. of IEEE-WFOPC* 236-241, (2000).
- [10] Ho, K. M., C. T. Chan, C. M. Soukoulis, Existence of a Photonic Gap in Periodic Dielectric Structures. *Physical Review Letters* 65:3152, (1990).
- [11] Jensen, J. S., O. Siamund, Systematic Design of Photonic Crystal Structures using Topology Optimization:Low-Loss Waveguide Bends. *Applied Physics Letters*84:2022-2024, (2004).
- [12] Joannopoulos, J. D., *MIT Physics Annual*, (2001).
- [13] Joannopoulos, John D., Steven G. Johnson, Joshua N. Winn, Robert D. Meade, *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*. New Jersey: Princeton University Press, (2008).
- [14] John, S., Strong Localization of Photons in Certain Disordered Dielectric Superlattices. *Physical Review Letters* 58:2486-89, (1987).

- [15] Johnson, S. G. and J. D. Joannopoulos, *Photonic Crystals: The Road from Theory to Practice*. Kluwer: Boston, (2002).
- [16] Johnson, S. G., P. R. Villeneuve, S. Fan, and J. D. Joannopoulos, 2000. Linear Waveguides in Photonic-Crystal Slabs. *Physical Review B* 62:8212-8222, (2000).
- [17] Johnson, Steven G., Notes on Perfectly Matched Layers (PMLs).
- [18] Kafesaki, M., M. Agio, C. M. Soukoulis, 2002. Waveguides in Finite-Height Two-Dimensional Photonic Crystals. *JOSA B* 19:2332-2440, (2008).
- [19] Kim, S., G. P. Nordin, J. Jiang, J. Cai, High Efficiency 90° Silica Waveguide Bend Using an Air Hole Photonic Crystal Region. *IEEE Photonics Technology Letters* 16:1846-1848, (2004).
- [20] Lee, K., C. Tsai, T. Weng, C. Kao, K. Chen, Y. Lin, Transmission Characteristic of 90° Bent Photonic Crystal Waveguides. *Fiber and Integrated Optics* 25:29-40, (2006).
- [21] Malkova, N., S. Kim, V. Gopalan, Strain Tunable Light Transmission Throguh a 90° Bend Waveguide in a Two-Dimensional Photonic Crystal. *Applied Physics Letters* 8:1509-1511, (2003).
- [22] Leonard, S. W., H. M. Driel, A. Birner, U. Gösele, P. R. Villeneuve, Single-mode Transmission in Two-Dimensional Maroporous Silicon Photonic Crystal Waveguides. *Electronic Letter* 25:1550-1552, (2000).
- [23] Loncar, M., T. Yoshie, A. Scherer, P. Gogna, Y. Qiu, Low-Threshold Photonic Crystal Laser. *Applied Physics Letters* 81:2680-82, (2002).
- [24] Meade, R. D., K. D. Brommer, A. M. Rappe, J. D. Joannopoulos, Photonic Bound States in Periodic Dielectric Materials. *Physical Review B* 44:13772, (1991).
- [25] Meade, R. D., K. D. Brommer, A. M. Rappe, J. D. Joannopoulos, Existence of a Photonic Band Gap in Two Dimensions. *Applied Physics Letters* 61:495, (1992).
- [26] Meade, R. D., A. M. Rappe, K. D. Brommer, J. D. Joannopoulos, O. L. Alerhand, Accurate Theoretical Analysis of Photonic Band-Gap Materials. *Physical Review B* 48:8434, (1993).
- [27] Mekis, A., J. C. Chen, I. Kurland, S. Fan, P. R. Villeneuve, J. D. Joannopoulos, High Transmission through Sharp Bends in Photonic Crystal Waveguides. *Physical Review Letters* 77:3787-90, (1996).
- [28] Miao, B. , C. Chen, S. Shi, J. Murakowski, D. W. Prather, High-Efficiency Broad-Band Transmission Through a Double-60° Bend in a Planar Photonic Crystal Single Line-Defect Waveguide. *IEEE Photonics Technology Letters* 16:2469-2471, (2004).
- [29] Naka, Y., H. Ikuno, Two-Dimensional Photonic Crystal L-shaped Bent Waveguide and its Application to Wavelength Multi/Demultiplexer. *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences* 10:245:256, (2002).

- [31] Notomi, M., H. Taniyama, Y. Yoshikuni, Propagation characteristic of one-dimensional photonic crystal slab waveguides and radiation loss. *Physical Review B* 71:153103-153106, (2005).
- [31] Notomi, M., S. Akihiko, S. Mitsugi, G. Kira, E. Kuramochi, T. Tanabe, Optical Bistable Switching Action of Si High-Q Photonic-Crystal Nanocavities. *Optics Express* 13:2678-87, (2005).
- [32] Ntakis, I., P. Pottier, M. De La Rue, Optimization of Transmission Properties of Two-Dimensional Photonic Crystal Channel Waveguide Bends Through Local Lattice Deformation. *Journal of Applied Physics* 96:12-18, (2004).
- [33] Ren, K., X. Ren, R. Li, J. Zhou, D. Liu, Creating "Defects" in Photonic Crystals by Controlling Polarizations. *Physics Letters A* 325:415-419, (2004).
- [34] Ren, G., W. Zheng, Y. Zhang, K. Wang, X. Du, M. Xing, L. Chen, Mode Analysis and Design of a Low-Loss Photonic Crystal 60° Waveguide Bend. *Journal of Lightwave Technology* 80:2215-2218, (2008).
- [35] Oliver, S., H. Benisty, M. Rattier, C. Weisbuch, M. Qui, A. Karlsson, C. J. M. Smith, R. Houdre, U. Oesterle, 2002. Resonant and Nonresonant Transmission Through Waveguide Bends in a Planar Photonic Crystal. *Applied Physics Letters* 79:2514-2516.
- [36] Oliver, S., H. Benisty, C. Weisbuch, C. J. M. Smith, T. F. Krauss, R. Houdre, U. Oesterle, Improved 60° Bend Transmission of Submicron-Width Waveguides Defined in Two-Dimensional Photonic Crystals. *Journal of Lightwave Technology* 20:1198-1203, (2002).
- [37] Roh, Y., S. yoon, S. Kim, H. Jeon, S. Han, Q. Park, I. Park, Photonic Crystal Waveguides with Multiple 90° Bends. *Applied Physics Letters* 83:231-233, (2003).
- [38] Park, H. G., S. H. Kim, S. H. Kwon, Y. G. Ju, J. K. Yang, J. H. Baek, S. B. Kim, Y. H. Lee, Electrically Driven Single Cell Photonic Crystal Laser. *Science* 305:1444-47, (2004).
- [39] Sakoda, Kazuaki., *Optical Properties of Photonic Crystals* New York: Springer, (2001).
- [40] Satpathy, S., Z. Zhang, M. R. Salehpour, Theory of Photon Bands in Three Dimensional Periodic Dielectric Structures. *Physical Review Letters* 65:2478, (1990).
- [41] Sevgi, Levent, *Complex Electromagnetic Problems and Numerical Simulation Approaches*. USA: New Jersey, (2003).
- [42] Sözüer, H. S., J. W. Haus, R. Inguva, Photonic Bands: Convergence Problems with the Plane Wave Method. *Physical Review B* 45:13962-13972, (1991).
- [43] Sözüer, Sami H., *Lecture Notes on Photonic Structures*, (2008).
- [44] Sullivan, Dennis, *Electromagnetic Simulation Using the FDTD Method*. New York:IEEE Press, (2000).

- [45] Stomeo, T., R. Bergamo, R. Cingolani, M. Devittorio, A. Dorazio, D. De Ceglia, V. Marrocco, Silica Glass Bend Waveguide Assisted by Two-Dimensional Photonic Crystals. *Optical and Quantum Electronics* 37:229-239, (2005).
- [46] Taflove, Allen, *Computational Electrodynamics- The Finite Difference Time Domain Method*. Norwood: Artech House, (1995).
- [47] Talneau, A., L. Le Gouezigoui N. Bouadma, M. Kafesaki, C. M. Soukoulis, M. Agio, Photonic-Crystal Ultrashort Bends with Improved Transmission and Low Reflection at $1.5\mu\text{m}$. *Applied Physics Letters* 80:547-549, (2002).
- [48] Temelkuran, B. , E. Özbay, Experimental Demonstration of Photonic Crystal Based on Waveguides. *Applied Physics Letters* 74:486-489, (1999).
- [49] Tokushima, M., H. Kosaka, A. Tomita, H. Yamada, Lightwave Propagation Through 120° Sharply Bent Single-Line-Defect Photonic Crystal Waveguide. *Applied Physics Letters* 76:952-954, (2000).
- [50] Villeneuve P. R., S. Fan, J. D. Joannopoulos, Microcavities in Photonic Crystals: Mode Symmetry, Tunability, and Coupling Efficiency. *Physical Review B* 54:7837-42, (1996).
- [51] Wu, F. ,Tingwan Wu, Zhengyou Liu, Youyan Liu, Effect of Point Geometry on Localized Defect Modes in Two-Dimensional Photonic Crystals *Physic Letters A* 349:285-290, (2006).
- [56] Xiao, S., M. Qui, Study of Transmission Properties For Waveguide Bends by Use of a Circular Photonic Crystal. *Physics Letters A* 340:474-479 (2005).
- [53] Yablonovitch, E., Inhibited Spontaneous Emission in Solid State Physics and Electronics. *Physical Review Letters* 58:2059-2062, (1987).
- [54] [Ref Yanik 2003] M. F., S. Fan, M. Soljauşçi, J. D. Joannopoulos, All Optical Transistor Action with Bistable Switching in a Photonic Crystal Cross-Waveguide Geometry. *Optics Letters* 28:2506-08, (2003).
- [55] Yee, K. S., Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 14:302, (1966).
- [56] Xiao, S., M. Qui, Study of Transmission Properties For Waveguide Bends by Use of a Circular Photonic Crystal. *Physics Letters A* 340:474-479, (2005).

TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

Proje No: 107T569
Proje Başlığı: Kararlı Fotonik Kristal Optik Fiber ve Çizgisel Kusurlu Dalga Kılavuzu Tasarımı
Proje Yürütücüsü ve Araştırmacılar: H. Sami Sözüer ve Hediye Duygu Şengün
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi: İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü Urla İzmir, Türkiye 35430 Tel: +(90-232)750- 6000
Destekleyen Kuruluş(ların) Adı ve Adresi: Tübitak Temel Bilimler Araştırma Grubu Yürütme Komitesi Atatürk Bulvarı No:221 06100 Kavaklıdere-Ankara
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri: 01.10.2007-01.10.2009
Öz (en çok 70 kelime) : Fotonik kristal dalga kılavuzları, optik entegre devrelerdeki önemi nedeniyle, çok fazla ilgi uyandıran konulardan biridir. Oluşturulan safsızlıklar veya kusurlar ile elektromanyetik dalgaları istediğimiz yönde hareket ettirebilir, hatta 90° virajları bile aldırabiliriz. Bu proje kapsamında yaptığımız çalışmalar sonucunda, elektromanyetik dalgaların çok az kayıpla 90° dönmelerini sağlayan, düz kısımları 1 boyutlu, köşe kısımları ise 2 boyutlu fotonik kristallerden oluşan orijinal yapılar tasarlandı. Bunlar kare örgü halinde, silika ortam içine gömülmüş, kesitleri daire veya kare olan silikon çubuklardan oluşan yapılardır.
Anahtar Kelimeler: Fotonik kristal, fotonik kristal dalga kılavuzu, periyodik dielektrik, fotonik kristal fiber, çizgisel kusurlu dalga kılavuzu, L-şeklindeki dalga kılavuzu
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu mu? Evet <input type="checkbox"/> Gerekli Değil <input checked="" type="checkbox"/> <small>Fikri Ürün Bildirim Formu'nun tesliminden sonra 3 ay içerisinde patent başvurusu yapılmalıdır.</small>
Projeden Yapılan Yayınlar: Photonic Crystal Assisted 90° Waveguide Bend

