

# Asimetrik Alfa-Kararlı Kaynakların Enküçük Saçılım Kriteri Kullanılarak Ayırıştırılması

## Separation of Skewed Alpha-Stable Sources Using Minimum Dispersion Criterion

Mustafa A. Altinkaya

Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü  
İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü, İzmir

mustafaaltinkaya@iyte.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışmada daha önce simetrik alfa-kararlı kaynakların ayırıştırılması için önerilen en küçük saçılım kriterine dayalı yöntem asimetrik alfa-kararlı sinyallerin ayırıştırılabilmesini sağlayacak şekilde geliştirilmiştir. Böylece genel alfa-kararlı kaynak karışımlarını ayırştırmak için düşük kerteli istatistiğe dayalı daha gürbüz bir yöntem oluşturulmuştur.

### Abstract

In this work, we extend the method which separates symmetric alpha-stable sources using minimum dispersion criterion to the case of skewed alpha-stable mixtures. Thus, a more robust method based on fractional lower order statistics is developed which is capable of separating general alpha-stable sources.

### 1. Giriş

1980'lerden sonra bilgisayarların işlem hızlarının artmasına koşut olarak sinyal işlemede Gauss olmayan süreçleri kullanan teknikler daha sıklıkla kullanılmaya başlanabilmiştir. Bu durumun gözlemlendiği önemli bir alan kaynak ayırıştırma problemidir. Gauss süreçlerden oluşan bir karışımın ayırıştırılması, birden fazla Gauss sürecin ancak dikgen bir dönüşüm belirsizliğine kadar ayırıştırılabilmeleri yüzünden mümkün değildir. Bu yüzden bağımsız bileşen analizi (BBA; independent component analysis, ICA) kaynakların Gauss olmayan dağılımı olduğunu varsayarak ayırıştırma problemini ele almaktadır. BBA'da kullanılan teknikler ise çok kez karışımındaki sinyallerin yüksek kerteli momentlerini kullanmaktadır. Diğer taraftan karışımında dürtün (impulsive) alfa-kararlı ( $\alpha$ K) dağılımlarla modellenen bileşenler olduğu takdirde, teorik olarak 2. kerte dahil olmak üzere yüksek kerteli momentler tanımlı değildir. Bu yüzden Sahmoudi ve arkadaşları tarafından simetrik alfa-kararlı (S $\alpha$ K) kaynakların karışımlarını ayırştırmak için önerilen [11] Enküçük Saçılım (EKS; minimum dispersion, MD) kriteri ve düzelenmiş kovaryans matrisini kullanan yöntem önemli bir alternatif oluşturmaktadır.

$\alpha$ K dağılımlar dürtün karakterli rasgele süreçlerin modellenmesinde çok başarılı oldukları gibi, Gauss dağılımını da kapsayan geniş bir aile oluşturmaktadırlar. Genel bir  $\alpha$ K dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu ancak bir tümlev ile

tanımlanabilmektedir. Bu yüzden  $\alpha$ K dağılımlar karakteristik işlevleri ile tanımlanırlar [2]:

$$\phi(t) = \begin{cases} \exp \{ j\mu t - \gamma |t|^\alpha [1 + j\beta \operatorname{sgn}(t) \tan(\frac{\alpha\pi}{2})] \}, & \text{if } \alpha \neq 1 \\ \exp \{ j\mu t - \gamma |t|^\alpha [1 + j\beta \operatorname{sgn}(t) \frac{2}{\pi} \log |t|] \}, & \text{if } \alpha = 1. \end{cases} \quad (1)$$

Burada  $\alpha \in (0, 2]$  dürtünlüğü ya da başka bir deyişle dağılımın eteklerinin ağırlığını belirleyen karakteristik üstel,  $\beta \in [-1, 1]$  asimetriklik (skewness) parametresi,  $\gamma > 0$  ölçek ya da saçılım parametresi,  $\delta \in (-\infty, \infty)$  ise konum parametresidir. Standart bir  $\alpha$ K dağılımı birim saçılım ve sıfır konum parametresiyle tanımlanabilmektedir.  $\alpha$ K süreçlerin ancak  $p \leq \alpha$  kerteli momentleri tanımlıdır.

Teknik yazında  $\alpha$ K süreçler bulunan çoğu çalışmada S $\alpha$ K süreçler kullanıldığı halde gerçekte karşılaştığımız çoğu sinyal asimetrikdir. Bunlara örnek olarak finansal zaman serilerini [4], bilgisayar ağlarındaki veri trafiğini, kuyruklarda bekleme süresini, telefon tellerindeki anahtarlama gürültüsünü [3] verebiliriz. Yakın zamanda da asimetrik  $\alpha$ K dağılımların uygulamaları üzerine çalışmalar yayınlanmıştır. Bunlardan [5]'te, gemiler ve okyanus dalgaları gibi karmaşık kaynaklardan radar geri saçılımının genlik salınımları uç değerlere ulaştığında, ya da başka deyişle dürtün nitelik taşıdığımda, radar kesitleri asimetrik  $\alpha$ K dağılımlarla modellenmiştir. [6]'da ise, Gauss dağılımına alternatif olarak önerilen  $\alpha$ K dağılım ailesi sayesinde üretilen, dürtün ve asimetrik imge verisini üretme yeteneği de olan doku modelleri verilmiştir. Kalem huzmeli sezicilerle elde edilen astronomi imgelerindeki noktasal kaynakların dağılımlarının modellenmesinin ele alındığı [7]'de, bu kaynakların güç yasasına uyumlu ve Gauss olmayan şekilde üretilen dağılımlarının, yine asimetrik  $\alpha$ K dağılım ailesine ait olduğu gösterilmiştir. Bu geniş uygulama alanı nedeniyle simetrik olmayan  $\alpha$ K kaynak karışımlarının ayırıştırılması önemli bir problemidir.

Bu çalışmada [11] 'de önerilen yöntem asimetrik olabilen genel bir  $\alpha$ K dağılım sınıfına ait kaynakların karışımlarını da ayırıştırılabilmek üzere geliştirilmektedir. Bildirinin 2. bölümünde problem tanımı yapılmakta, 3. bölümde kul-

lanılan beyazlatma yöntemi ve EKS kriteri anlatılmakta, 4. bölümde ise Givens döndürmeleri ile tam kapsamlı bir tarama yapılarak ayrıştırma matrisinin arandığı ayrıştırma algoritması açıklanmaktadır. 5. bölümde kullanılan alfa-kararlı parametre kestirim yöntemi ve benzetim çalışmaları anlatılmaktadır. Son olarak 6. bölümde bu çalışmada çıkarılan sonuçlar verilmektedir.

## 2. Problem Tanımı

Ele alınan problem asimetrik  $\alpha K$  süreçlerin karışımının BBA ile ayrıştırılmasıdır. BBA, birbirlerine doğrusal olarak karışımı  $m$  adet bağımsız sinyal kaynağının  $n$  adet gözlenen sinyal kullanılarak kestirildiği bir yöntemdir. Genel olarak sistemin çözümü olması için  $n \geq m$  olmalıdır. Klasik bir BBA modeli şu şekildedir:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t).$$

Burada  $\mathbf{A}$   $n \times m$  karışım matrisi,  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_m(t)]^T$  bağımsız kaynaklardan oluşan kaynak vektörü ve  $\mathbf{x}$  gözlem vektörüdür. Eldeki tek bilgi kaynakların bağımsız olması ve Gauss olmamalarıdır. Amaç  $\mathbf{x}(t)$  gözlem vektörünü kullanarak

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{B}\mathbf{x}(t)$$

şeklinde kaynak vektörünün bir kestirimini bulmaktır. Bu kestirim kaynak sinyallerinin sırası ve genlikleri konusunda bilgi veremeyecektir. Bu çalışmada kaynakların  $\alpha K(\beta_{s_i}, 0, \gamma_{s_i})$  olarak gösterilen sıfır konum parametrelili ve aynı karakteristik üstel  $\alpha$  değerine sahip özdeş dağılımlı, bağımsız süreçler olduğu kabul edilmektedir.

## 3. Beyazlatma ve En Küçük Saçılım Kriteri

BBA yönteminde problemi kolaylaştırmak için bazı önsel işlemler yapılmaktadır. İlk adım karışımın sıfır ortalamalı hale getirilmesidir. Daha sonra ise gözlemler beyazlaştırılmaktadır. Bu çalışmada genellikle kaybolmadan kaynaklar sıfır ortalamalı olarak kabul edilmiştir. Beyazlatma işlemi de tanımlı varyansı olan sinyal koşullarında beyazlatma matrisi  $\mathbf{W}$  sinyalin kovaryans matrisinin karekökünün tersi olarak bulunmaktadır. İlk bakışta bu yöntemin 2. kereden momentleri kullanması nedeniyle  $\alpha K$  süreçlere uygulanamayacağı düşünülse de [14]'de uygun şekilde düzgelene kovaryans matrisinin örnekleme boyutu  $N$  sonsuza giderken sonlu elemanlardan oluşan bir matrise dönüştüğü ispatlanmıştır.

**Teorem 1:**  $X_1$  ve  $X_2$ ,  $\gamma_1$  ve  $\gamma_2$  saçılımlı,  $f_1(\cdot)$  ve  $f_2(\cdot)$  dağılımlı iki  $S\alpha K$  değişken olduğunda  $\lim_{N \rightarrow \infty} (\hat{\mathbf{E}}[|X_1|^2]) / (\hat{\mathbf{E}}[|X_2|^2]) = \gamma_1 / \gamma_2$  olur. Burada  $\hat{\mathbf{E}}[g(X)] = (1/N) \sum_{t=1}^N g[X(t)]$  şeklinde gösterilen zamanda ortalama alma operatörüdür [8, 9].

**Teorem 2:**  $\mathbf{x} \doteq \mathbf{A}\mathbf{s}$  bir  $\alpha K$  süreç karışımı ve  $\hat{\mathbf{R}} = (1/N) \sum_{t=1}^N \mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^T$  örnekleme kovaryans matrisi olursa

$$\hat{\mathcal{R}} = \frac{\hat{\mathbf{R}}}{\text{Trace}(\hat{\mathbf{R}})} \quad (2)$$

şeklinde tanımlanan düzgelene kovaryans matrisi asimptotik olarak, tanımlı  $\mathbf{ADA}^T$  matrisine yakınsamaktadır. Burada  $\mathbf{D} = \text{diag}(d_1, \dots, d_m)$  elemanları  $d_i = \frac{\gamma_{s_i}}{\sum_{j=1}^m \gamma_{s_j} \|a_j\|}$  olarak

gösterilen köşegen matris olup,  $\|\cdot\|$  Frobenius normunu göstermektedir [8, 9].

Bu durumda (2) ile  $\alpha K$  karışımın düzgelene kovaryans matrisi  $\hat{\mathcal{R}}$  tanımlanmaktadır. Bu matrisin karekökünün tersi ise veriyi beyazlatmada kullanılabilir.

EKS kriteri Gauss veri durumundaki EnKüçük Ortalama Karese Hata (EKOK; minimum mean square error, MMSE) kriterinin doğrudan genelleştirilmesi anlamını taşımaktadır.

$$\bar{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t)$$

beyazlaştırılmış karışımı göstermekte ve

$$\mathbf{z}(t) \doteq \mathbf{B}\bar{\mathbf{x}}(t)$$

şeklinde birimcil  $\mathbf{B}$  matrisiyle kaynaklar ayrıştırılacaktır [10, 11]. Bu durumda  $\mathbf{z}(t)$ 'nin bütün satırlarının toplam saçılımı olan

$$J(\mathbf{B}) = \sum_{i=1}^m \gamma_{z_i} \quad (3)$$

küresel EKS kriterini sağlamaktadır. [11]'te EKS kriterinin (3)'de verilen amaç işlevinin enküçüklemeyle kaynakların başarıyla ayrıştırılmasına karşı gelmesiyle ifade edilen EKS'nin geçerli bir karşıtlık işlevi (contrast function) tanımladığı gösterilmektedir.  $\alpha K$  bir rasgele değişkenin  $p$ 'inci momenti

$$E|X|^p = C(p, \alpha) \gamma^{p/\alpha}, \quad 0 < p < \alpha$$

şeklinde gösterilir. Burada  $C(p, \alpha)$ , yalnızca  $p$  ve  $\alpha$ 'ya bağlı bir sabittir. Böylece EKS kriteri en küçük  $l_p$ -normu kriterine denk olmaktadır. BBA'da en sık kullanılan karşıtlık işlevleri 2. ve 4. kerteli kümülanlar olmasına karşın  $\alpha K$  bir sürecin ancak  $p < \alpha$  kerteli momentlerinin tanımlı olması nedeniyle karşıtlık işlevlerini kesirli alçak kerteli momentlere (KAKM; fractional lower order moment, FLOM) taşımak anlamlı görünmektedir. Kaynakların bağımsızlık ölçütü olarak seçilen karşılıklı bilginin (KB; mutual information, MI) doğrudan kestirimi zor olduğu için yoğunluk işlevlerinin kümülan açılımıyla yaklaşılmasına dayanan karşıtlık işlevleri kullanılmaktadır. Halbuki KB ile doğrudan ilintili Shannon entropisine ve dolayısıyla KB'ye  $l_p$ -normu [1] kriteriyle yaklaşılacağı [11]'de belirtilmektedir. Böylece [10, 11]'de  $S\alpha K$  süreçler için verilen teorem bu çalışmada aşağıdaki şekilde  $\alpha K$  süreçlere genelleştirilmektedir.

**Teorem 3:** (3)'de verilen EKS kriteri bir dikgenlik koşulu altında  $\alpha K$  kaynakların anlık karışımlarını ayrıştırmada bir karşıtlık işlevi olarak kullanılabilir.

## 4. Ayrıştırma Algoritması

Teorem 3, bir karışım dikgen dönüşümler uygulandığında bağımsız kaynakların toplam saçılımının en küçük olacağı anlamındadır. Bu problemin çözümü için [11]'teki gibi  $\mathbf{B}$  matrisini ardarda Givens döndürmelerinin çarpımı olarak kestirmek benimsenmiştir. Böylece  $i$ 'nci döngü için

$$\mathbf{B}_i = \prod_{1 \leq p < q \leq m} \mathbf{G}(\theta_{p,q}) \quad (4)$$

$J(\mathbf{G}(\theta_{p,q}))$ 'leri en küçük yapacak şekilde  $\theta_{p,q} \in [0, \pi/2]$  aralığında tam kapsamlı arama ile bulunmaktadır. Algoritma çözümü ise

$$\mathbf{B} = \prod_{i=1}^m \mathbf{B}_i$$

şeklinde oluşmakta ve algoritma (4)'de bir tarama boyunca hiç bir Givens döndürmesi yapılmadığında sonuçlanmaktadır. Bu algoritma şu adımlarla özetlenebilir:

1. Ortalama/Ortanca değeri sıfırlama ve karışımı beyazlatma.
2. Tarama: Bütün  $1 \leq p < q \leq m$  değerleri boyunca,
3. Givens açısı  $\theta_{p,q} \in [\epsilon, \pi/2]$  aralığında küresel EKS kriteri  $J(\mathbf{G}(\theta_{p,q}))$ 'yi en küçük yaparak  $\mathbf{z}_p$  ve  $\mathbf{z}_q$  kaynak kestirimlerinin bağımsızlığını en büyük yapmak. (Burada  $\epsilon$ 'dan küçük döndürme açıları ihmal edilmektedir)
4. Son taramada hiç bir Givens döndürmesi yapılmamışsa algoritmayı sonlandır. Aksi takdirde yeni bir tarama için 2'ye git.

Bu algoritmada belirtilen Givens döndürme açısı  $\theta_{p,q} = \theta$  olursa Givens döndürme matrisi,  $\mathbf{G}_{i,j}(\theta)$  matrisin  $(i, j)$ 'inci elemanını gösterdiğinde  $m \times m$  boyutlu birim matriste

$$\mathbf{G}_{p,p}(\theta) = \mathbf{G}_{q,q}(\theta) = \cos(\theta) \quad (5)$$

$$\mathbf{G}_{p,q}(\theta) = \sin(\theta) = \mathbf{G}_{q,p}(\theta) \quad (6)$$

şeklinde değişiklikler yapılarak bulunur.

## 5. Benzetim Çalışmaları

Gözlemlenen  $n = 3$  adet sinyalin  $m = 3$  adet  $\alpha\mathbf{K}(\beta, \gamma = 1, \delta = 0)$  kaynak sinyalinin karışımı olduğu kabul edilmiştir. Her bir benzetim sonucu 100 adet Monte Carlo yürütümünün ortalamasıdır. Başarım kriteri olarak Ortalama Genelleştirilmiş Söndürme Düzeyi (OGSD, generalized mean rejection level, GMRL) kriteri seçilmiştir.  $k$ 'inci kaynak sinyali için genelleştirilmiş söndürme düzeyi

$$I_k = \frac{\gamma \left( \sum_{l \neq k} \mathbf{C}_{k,l} \mathbf{s}_l \right)}{\gamma \left( \mathbf{C}_{k,k} \mathbf{s}_k \right)} = \frac{\sum_{l \neq k} |\mathbf{C}_{k,l}|^\alpha \gamma_l}{|\mathbf{C}_{k,k}|^\alpha \gamma_k} \quad (7)$$

olarak verilir. Burada  $\mathbf{C} = \mathbf{B}'\mathbf{A}$  olup  $\mathbf{B}' = \mathbf{P}\mathbf{B}$  kaynakların sırasının bir permütasyon matrisi  $\mathbf{P}$  ile  $\mathbf{B}'$ 'yi çarparak düzeltildiği ayrıştırma matrisidir. OGSD ise  $I_{\text{orta}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m I_i$  şeklinde elde edilmektedir.

Bu çalışmada simetri parametresi,  $\beta$ 'nin, sıfır olmaya bileceği kabul edildiği için bunu dikkate alan parametre kestirim yöntemlerinin uygulanması gerekmektedir. Bu yüzden [13]'daki  $\alpha\mathbf{K}$  dağılımların parametrelerinin kestirilmesi yöntemlerinin [12]'de verilen  $\beta \neq 0$  durumuna genelleştirildiği yöntemlerden logaritmik moment kestiricisi yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem bir moment kertesini,  $p$ , seçimini gerektirmediği için tercih edilmiştir. Bu yöntemde önce

$$X_k^c = X_{3k} + X_{3k-1} - 2X_{3k-2}$$

işlemi ile  $\alpha\mathbf{K}(\beta, \gamma, \delta)$  bir  $X_k$  dizisinden  $\alpha\mathbf{K}\left(\frac{2-2^\alpha}{2+2^\alpha}\beta, [2+2^\alpha]\gamma, 0\right)$  dağılımlı konum parametresi sıfırlanmış  $X_k^c$  dizisi elde edilmektedir. Daha sonra

$$\begin{aligned} \psi_0 &= -0.57721566 \dots \\ \psi_1 &= \frac{\pi^2}{6} \end{aligned}$$

değerlerini ve  $L_1 = E[\log |X|]$  ve  $L_2 = \text{Var}[\log |X|]$ 'deki beklenti ifadeleri için örneklem ortalama ve örneklem varyans değerlerini kullanarak önce

$$\alpha = \left( \frac{L_2}{\psi_1} - \frac{1}{2} \right)^{-1/2}$$

ile karakteristik tüstel, sonra

$$\gamma = \cos \left( \left( \frac{\psi_1}{2} - L_2 \right) \alpha^2 - \psi_1 \right)^{1/2} \frac{\exp((L_1 - \psi_0)\alpha + 1)}{2 + 2^\alpha}$$

ile saçılım parametresi kestirilmektedir.

Şekil 1'de  $\alpha\mathbf{K}$  kaynak karışımına dayalı [11]'de önerilen yöntemin başarımı bu çalışmada önerilen  $\alpha\mathbf{K}$  kaynak karışımına dayalı EKS kriteri kullanan yöntemle karşılaştırılmaktadır. Seçilen dağılımlar simetrik olduğu için bu çalışmada önerilen  $\alpha\mathbf{K}$  kaynak karışımına dayalı yöntemin  $\alpha\mathbf{K}$  kaynak karışımını varsayan yöntemden farklı tek etkisi, veri uzunluğunu simetrike etme operasyonu sonucu üç kat azaltması olmaktadır. Bu nedenle önerilen yöntem,  $\alpha\mathbf{K}$  kaynak karışımını varsayan yöntemle benzer davranışı göstermekle birlikte bu yöntemle kıyasla  $\alpha = 1.5$  değerinde 6 dB'ye ulaşan bir genelleştirilmiş söndürme düzeyi kötüleşmesine neden olmaktadır. Bu kayıp, kaynak dağılımlarının simetri-den uzaklaşması durumuna karşı bu çalışmada ayrıştırma yönteminde sağlanan gürbüzlüğün maliyetidir.

Şekil 2'de ise aynı yöntemler bu kez tamamen asimmetrik, simetri parametresi  $\beta = 1$  olan kaynakların karışımını ayrıştırmada sınanmaktadır. Bu kez  $\alpha\mathbf{K}$  kaynak karışımına dayalı bizim önerdiğimiz yöntemin oldukça başarılı olmasına karşın  $\alpha\mathbf{K}$  kaynak karışımına dayalı [11]'te önerilen yöntem özellikle yüksek dürtünlük düzeyini gösteren,  $\alpha$  parametresinin düşük değerlerinde tamamen başarısız olmuştur.

## 6. Sonuçlar

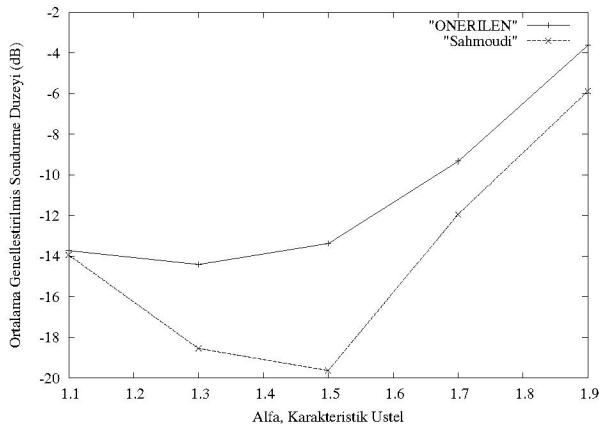
Daha önce [11]'de önerilen EKS kriterine dayalı kaynak ayrıştırma yöntemi 2. ve daha yüksek kerteli istatistikleri teorik olarak tanımsız olan  $\alpha\mathbf{K}$  kaynak sinyallerini ayrıştırmak için başarılı olmakla birlikte asimmetrik dağılımlı  $\alpha\mathbf{K}$  sinyalleri ayrıştırmada başarısızdır. Bu durumlar için bu çalışmada önerilen [11]'deki yöntemin genel  $\alpha\mathbf{K}$  süreçlerin ayrıştırılmasında da başarıyla kullanılmasını sağlayan genelleştirme sonucunda hem simetrik hem de asimmetrik  $\alpha\mathbf{K}$  kaynakları başarıyla ayrıştırabilen EKS kriterine dayalı bir yöntem önerilmiştir.

## 7. Teşekkür

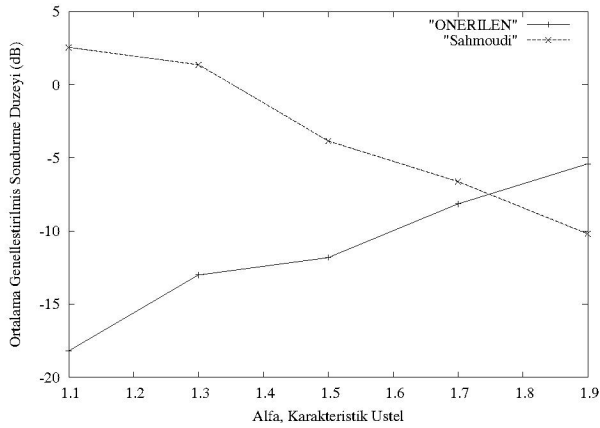
Bu çalışma kısmen Avrupa Birliği 6. Çerçeve Projesi: "EU-FP6-IYTE Wireless-017442" kapsamında desteklenmiştir.

## 8. Kaynakça

- [1] J. Karvanen and A. Cichocki, "Measuring Sparseness of Noisy Signals," In Proc. of ICA'2003 Conference, Japan.
- [2] C. L. Nikias and M. Shao, "Signal Processing with Stable Distributions and Applications," John Wiley, 1995.



Şekil 1: Ortalama Genelleştirilmiş Söndürme Düzeyinin kaynakların dürtünlüğüne bağlı değişimi ( $\beta = 0$ ,  $N = 1000$ , 100 benzetim ortalaması)



Şekil 2: Ortalama Genelleştirilmiş Söndürme Düzeyinin kaynakların dürtünlüğüne bağlı değişimi ( $\beta = 1$ ,  $N = 1000$ , 100 benzetim ortalaması)

- [3] J. Berger and B. Mandelbrot, "A New Model for Error Clustering in telephone Circuits," IBM J. Res. Develop. , pp. 224-236, 1963.
- [4] B. Mandelbrot , "The Variation of Certain Speculative Prices," J. Business, Vol.36, pp. 394-419, 1963.
- [5] R.D. Pierce, "RCS characterization using the alpha-stable distribution," Proc. IEEE 1996 Nat. Radar Conf., pp. 394-419, 1996.
- [6] E.E. Kuruoglu and J. Zerubia, "Skewed alpha-Stable Distributions for Modelling Textures," Pattern Recognition Letters, Volume 24, No 1-3, pp. 339-348, January 2003.
- [7] D. Herranz et al, "Using alpha-stable distributions to model point source distributions in CMB sky maps," Astronomy and Astrophysics, vol. 424, no. 3, pp. 1081-1096, August 2004.
- [8] M. Kanter and W.L. Steiger, "Regression and autoregres-

sion with infinite variance," Adv. Appl. Prob., Vol. 6, pp. 768-783, 1974.

- [9] A. Swami and B. Sadler, "Parameter estimation for linear alpha-stable processes," IEEE Signal Processing Letters, Vol. 5, No. 2, pp. 48-50, February 1998.
- [10] M. Sahmoudi, K. Abed-Meraim and M. Benidir, "Blind Separation of Instantaneous Mixtures of Impulsive alpha-stable sources," 3rd International Symposium on Image and Signal Processing and Analysis (ISISPA 2003), Rome, Italy, 2003.
- [11] M. Sahmoudi, K. Abed-Meraim and M. Benidir, "Blind Separation of Impulsive Alpha-Stable Sources Using Minimum Dispersion Criterion," IEEE Signal Processing Letters, Vol. 12, no. 4, April 2005, pp. 281-284.
- [12] E.E. Kuruoğlu, "Density Parameter Estimation of Skewed Alpha-Stable Distributions," IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 49, No. 10, Ekim 2001, pp. 2192-2201.
- [13] X. Ma and C.L. Nikias, "Parameter Estimation and Blind Channel Identification in Impulsive Signal Environments," IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 43, No. 12, Aralık 1995, pp. 2884-2897.
- [14] M. Sahmoudi, Robust Separation and Estimation of Non-stationary and/or Non-Gaussian Signals, PhD Thesis, LSS, Université Paris-Sud, France, 2004.