

OFDM Sistemler için Pilot Tabanlı Yinelemeli Kanal Kestirimi

Pilot-Based Iterative Channel Estimation for OFDM Systems

İlhan BAŞTÜRK, Berna ÖZBEK

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü
ilhanbasturk,bernaozbek@iyte.edu.tr

Özetçe

Bu bildiriye dikgen frekans bölmeli çoğullama sistemleri için sanal pilotlardan faydalanılan pilot tabanlı yinelemeli bir kanal kestirim tekniği önerilmiştir. Yeni kanal katsayıları elde edilirken sanal pilotlar yardımıyla elde edilen kestirim gruplarının direk olarak ortalamasını almak yerine, olasılık yoğunluk fonksiyonu yardımıyla bu gruplara ait güvenilirlik katsayıları bulunmuş ve bu katsayılar göz önünde bulundurularak bir ortalama alınmıştır. Önerilen bu yöntem performans ve hesaplama karmaşıklığı açısından Beklenti-Enbüyükleme algoritmasıyla karşılaştırılmış ve başarımları bit hata oranı ve ortalama karesel hata grafikleri olarak verilmiştir.

Abstract

In this study, pilot-based iterative channel estimation, which use virtual pilots, is proposed for OFDM systems. In order to find final channel estimates, instead of averaging the group estimates, which are found by virtual pilots, it is proposed to combine them by taking into account their reliabilities that are calculated by using probability density function. Then the proposed method is compared to Expectation-Maximization (EM) algorithm with respect to performance and computational complexity. The performance results are given in terms of Bit Error Rate (BER) and Mean Squared Error (MSE).

1. Giriş

Günümüzde multimedya servislerinin ses, video vb. iletiminde yüksek veri hızlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Ancak çok yollu yayılım ve semboller arası girişim gibi etkiler istenen veri hızlarında iletimi sınırlandırmaktadır. Dikgen frekans bölmeli çoğullama (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM) frekans seçici bir kanalı birbirine dik ve örtüşen belli sayıda düz kanallara dönüştürüp veriyi bu alt kanallardan göndererek sınırlamaları ortadan kaldıran çok taşıyıcılı bir modülasyon tekniğidir [1].

OFDM sistemlerinde gönderilen verinin en iyi şekilde sezimi için kanal kestirimi çok önemli bir gereksinimdir. Kanal kestirimi yapılırken, bant genişliğini en verimli şekilde kullanmak ve işlem karmaşasından kurtulmak temel amaçtır. Kanal kestirimi için kullanılan birçok yöntem bulunmaktadır. Bunlardan en çok kullanılanı, pilot adı verilen bilinen veri sembollerini yardımıyla yapılan kanal kestirimidir. Bu yöntemde pilot semboller frekans-zaman örgüsünde belli noktalara yerleştirilir ve bu noktadaki kanal katsayıları en küçük kareler (Least Squares, LS) yada en küçük ortalamalı

karesel hata (Minimum Mean Squared Error, MMSE) algoritmalarıyla bulunabilir. Daha sonra çeşitli aradeğerleme teknikleri, lineer, kübik v.b. yardımıyla tüm kanal katsayıları kestirilir [2].

Pilot semboller ile yapılan kanal kestirimi basit olmasına karşılık performans açısından yeterli değildir. Pilot sayısı artırılarak performans iyileştirilebilir fakat bu durumda bant genişliği verimsiz kullanılmış olur. Kanal kestirim performansını pilot sembollerini çok arttırmadan da iyileştirmek mümkündür. Bu sebeple Beklenti-Enbüyükleme (Expectation-Maximization, EM) algoritması [3] OFDM sistemlerinde kanal kestirimi için tercih edilen bir algoritmadır. Diğer algoritmalarla karşılaştırıldığında performans açısından daha iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir [4]. Bir başka yöntem de sabit karar semboller gibi sanal pilot semboller kullanan yinelemeli kanal kestirimidir. Sabit karar semboller kanal kestirim bloğuna gönderilir ve pilot gibi davranarak dolaylı yoldan pilot pilot sayısı artmış olur ve daha iyi bir kanal kestirimi yapılır [5].

Bu çalışmada OFDM sistemlerde pilot sayısını arttırmadan sanal pilot semboller kullanarak performansı arttırmaya çalışan yinelemeli bir kanal kestirim tekniği önerilmiştir. Sanal pilot sembollerle elde edilen kanal kestirimleri belli aralıklarla gruplara ayrılmış ve her bir gruba ait güvenilirlik oranları olasılık yoğunluk fonksiyonları yardımıyla hesaplanmıştır. Daha iyi bir kestirim sonucu elde etmek için, bu gruplara ait kanal kestirimlerinin ortalaması direk olarak alınmamış, önceden hesaplanan ve grubun güvenilirliği hakkında bilgi veren bu katsayılar hesaba katılarak ortalama alınmıştır. Elde edilen sonuçlar performans ve hesaplama karmaşıklığı açısından EM algoritmasıyla karşılaştırılmıştır.

Bildirinin 2. bölümünde OFDM sisteminin alıcı-verici yapısı ve pilot sembollerle kanal kestirimi tanımlanmakta, 3. bölümünde önerilen yöntem anlatılmakta, 4. ve 5. bölümünde sırasıyla karşılaştırılan yöntemlerin bilgisayar benzetimleri ve elde edilen sonuçlar verilmektedir.

2. Sistem Yapısı

Bu bölümde ilk olarak kullanılan OFDM verici ve alıcı yapıları daha sonra da pilot semboller yardımıyla kanal kestirim tekniği anlatılacaktır.

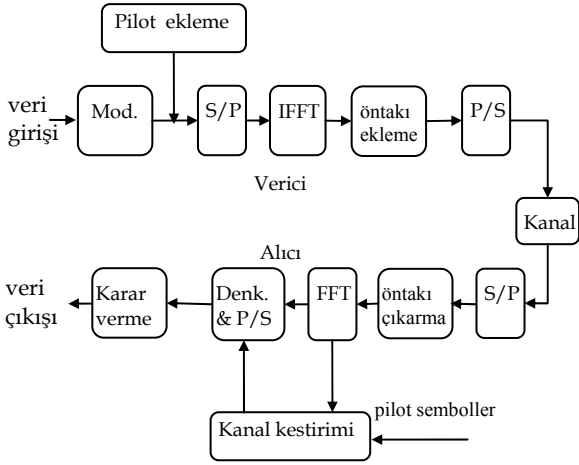
2.1. OFDM Verici-Alıcı Yapısı

Şekil 1'de gösterildiği gibi öncelikle veri bitleri bir modülatör yardımıyla veri sembollerine dönüştürülür ve kanal kestiriminde kullanılacak olan belirli miktardaki pilot semboller belli aralıklarla veri sembollerinin arasına ilave

edilir. Daha sonra seri-paralel dönüştürücüden geçirilen pilot eklenmiş bu semboller Ters Hızlı Fourier Dönüşümü (Inverse Fast Fourier Transform, IFFT) uygulanarak, K tane alttaşıyıcıya eşlenir. Bu aşamadan sonra, semboller arası girişimi engellemek için çevrimsel öntaki eklenir, paralel-seri dönüştürücüden geçirilir ve frekans seçici kanaldan iletilir. Alıcı kısmında çevrimsel öntaki çıkarılır ve Hızlı Fourier Dönüşümü (Fast Fourier Transform, FFT) uygulanır. Frekans ortamında elde edilen veri;

$$Y_n(k) = H_n(k)X_n(k) + N_n(k) \quad k=1, \dots, K \quad n=1, \dots, N \quad (1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $H_n(k)$ frekans ortamında k 'inci alttaşıyıcı ve n 'inci OFDM sembol için karmaşık kanal katsayılarını, $X_n(k)$ frekans ortamında gönderilen veri sembollerini, $N_n(k)$ ise beklenen değeri sıfır, varyansı σ^2 olan toplanabilir beyaz Gauss gürültüsünü ifade etmektedir. Bu sistemde kanal katsayıları bilinmediğinden alıcı kısmında eklenen pilot semboller kullanılarak kanal katsayıları kestirilir. Son olarak tek dallı bir denkleştirici ve karar verme bloğu yardımıyla gönderilen veri geri elde edilir.



Şekil 1: OFDM Verici-Alıcı yapısı.

2.2. Pilot Tabanlı Kanal Kestirimi

Pilot semboller yardımıyla kanal kestirimi çok kullanılan ve iyi sonuçlar veren güvenilir bir kanal kestirim tekniğidir. Şekil 2'de gösterildiği gibi pilot semboller frekans-zaman örgüsünde belli noktalara yerleştirilir. Daha sonra iki adet bir boyutlu aradeğerleme yapılarak önce frekans eksenindeki ve sonra da zaman eksenindeki kanal katsayıları bulunur.

Frekans ortamında, LS algoritmasıyla öncelikle pilot sembollerin konumundaki kanal katsayıları aşağıda verilen şekilde kestirilir.

$$\hat{H}_n(k') = \frac{Y_n(k')}{X_n(k')} = H_n(k') + \frac{N_n(k')}{X_n(k')} \quad (2)$$

Yukarıdaki formülde k' ve n' sırasıyla pilot sembollerin frekans ve zaman eksenindeki yerlerini temsil etmektedir.

Bütün alttaşıyıcılardaki kanal katsayılarını elde etmek için frekans ekseninde Ayırık Fourier Dönüşüm (Discrete

Fourier Transform, DFT) tabanlı aradeğerleme teknikleri uygulanabilir. Öncelikle pilot sembollerden elde edilen frekans ortamındaki kanal kestirim vektörü

$$\underline{\hat{H}}_n = [\hat{H}_n(1), \hat{H}_n(D_f+1), \dots, \hat{H}_n((N_f-1)D_f+1)]^T$$

bulunur. Burada N_f frekans ekseninde boyunca yerleştirilen pilot sembol sayısını, D_f ise bu sembollerin birbirlerine olan mesafesini ifade etmektedir. Elde edilen vektör daha sonra aşağıda gösterildiği gibi zaman ortamına dönüştürülür.

$$\underline{\hat{h}}_n = \mathbf{F}^{-1} \underline{\hat{H}}_n \quad (3)$$

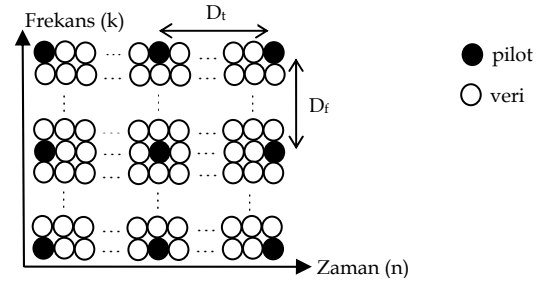
Burada \mathbf{F} , $N_f \times N_f$ boyutundaki DFT matrisini temsil etmektedir. Kanaldan dal sayısının L_f ile sınırlı olduğunu varsayarak, filtrelenmiş bir kanal cevabı elde etmek için $\underline{\hat{h}}_n$ bir filtreden geçirilir:

$$\hat{h}_n^{(0)} = \mathbf{W} \underline{\hat{h}}_n \quad (4)$$

(4) formülünde kullanılan \mathbf{W} , $L_f \times N_f$ boyutlu filtreleme matrisidir. Daha sonra elde edilen ifadeye DFT uygulanarak n 'inci OFDM sembol için başlangıç kanal kestirimi elde edilir.

$$\underline{\hat{H}}_n^{(0)} = \mathbf{V} \hat{h}_n^{(0)} \quad (5)$$

Bu formülde \mathbf{V} , $K \times K$ 'lık DFT matrisinin ilk L_f kolonundan oluşan $K \times L_f$ boyutlu bir matristir. Bir çerçevede N adet OFDM sembol kullanıldığında diğer kanal katsayılarını kestirmek için zaman ortamında lineer, kübik vs. gibi aradeğerleme teknikleri kullanmak gerekir.



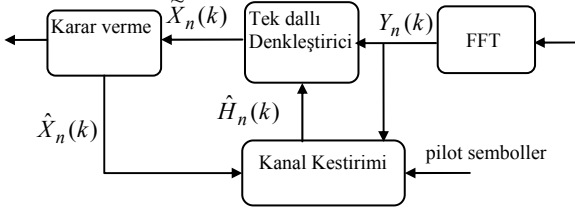
Şekil 2: OFDM sisteminde pilot sembollerin frekans-zaman örgüsünde yerleşimi.

3. Önerilen Yinelemeli Kanal Kestirimi

Daha önce de belirtildiği gibi kullanılan pilot sayısı ve sistem performansı arasında bir ödünleşim söz konusudur. Fazla pilot sembol kullanımı, kanal kestirim performansını artırır ama bant genişliğinin verimsiz kullanılmasına yol açar. Bu ikilemi ortadan kaldırmak için yinelemeli kanal kestirimi ve sembol sezimi ile elde edilen sabit karar sembollerini sanal pilotlar olarak kullanılabilir. Dolayısıyla, OFDM sisteminin alıcı kısmında bulunan karar verme bloğu ve kanal kestirim blokları arasında Şekil 3'te görüldüğü gibi bir yineleme gerçekleşir.

Bu yöntemde öncelikle pilot semboller yardımıyla bir kanal kestirimi yapılır. Daha sonra kestirilen bu kanal

katsayılarıyla gönderilen sembollerin sezimi yapılır. Elde edilen sabit karar sembolleri tekrar kanal kestirim bloğuna gönderilir ve LS algoritması uygulanarak kanal kestirimi iyileştirilir [5].

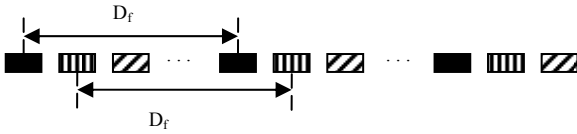


Şekil 3: Yinelemeli kanal kestirimi için alıcı şeması.

Bu çalışmada, LS algoritması ile elde edilen frekans ortamındaki kanal katsayıları, herhangi bir aradeğerleme uygulamadan Şekil 4'te gösterildiği gibi D_f eşit aralıklı gruba ayrılmıştır. Böylece, K/N_f-1 tane sanal pilot grubu $\hat{\mathbf{H}}_{g,n} = [\hat{H}_n(g), \hat{H}_n(D_f + g), \dots, \hat{H}_n((N_f - 1)D_f + g)]^T$, elde edilmiş olur. Her bir gruba sahip oldukları gecikmeleri de hesaba katarak DFT tabanlı aradeğerleme uygulanır.

$$\hat{\mathbf{h}}_{g,n} = \mathbf{F}^{-1} \hat{\mathbf{H}}_{g,n} \mathbf{D}_g \quad (6)$$

Burada $\mathbf{D}_g = e^{j2\pi(g-1)[0:N_f-1]/K}$, $g = 2, 3, \dots, K/N_f$ olmak üzere gecikme katsayılarını içeren vektörü temsil etmektedir.



Şekil 4: Grup gösterimi.

Biz bu çalışmada, kodlanmamış bir OFDM sistemi için kanal katsayılarını bulurken her bir gruba ait kestirimlerin direk olarak ortalamasını alarak değil, onların güvenilirlik katsayılarını da hesaba katarak bulmayı öneriyoruz. Bu güvenilirlik katsayıları verilen X ve H değerleri için Y 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonundan yararlanarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$f(Y_n(k) | \hat{X}_n(k), \hat{H}_n^{(0)}(k)) = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} |Y_n(k) - \hat{H}_n^{(0)}(k) \hat{X}_n(k)|^2\right\}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \quad (7)$$

$P_n(k) = f(Y_n(k) | \hat{X}_n(k), \hat{H}_n^{(0)}(k))$ olmak üzere sabit karar sembollerinin güvenilirlik katsayıları da K/N_f-1 tane gruba $\mathbf{P}_{g,n} = [P_n(g), P_n(D_f + g), \dots, P_n((N_f - 1)D_f + g)]^T$ ayrılır. Bu olasılıklar kullanılarak her bir grup için o grubun doğruluk katsayısı aşağıda verilen şekilde hesaplanabilir.

$$P_{rel}(g) = \prod_{m=1}^{N_f} (P_n(g + D_f(m-1))) \quad (8)$$

Sonuç olarak her bir grubun sahip olduğu doğruluk katsayıları ve her bir gruba ait zaman alanındaki katsayılar aşağıda verilen formülle birleştirilerek yeni kanal katsayıları elde edilir [6].

$$\hat{\mathbf{h}}_n^{(1)} = \frac{\hat{\mathbf{h}}_n^{(0)} + \sum_{g=2}^{K/N_f} P_{rel}(g) \hat{\mathbf{h}}_{g,n}}{1 + \sum_{g=2}^{K/N_f} P_{rel}(g)} \quad (9)$$

Daha sonra frekans alanındaki kanal katsayıları aşağıda verilen formülle hesaplanabilir.

$$\hat{\mathbf{H}}_n^{(1)} = \mathbf{V}(\mathbf{W}\hat{\mathbf{h}}_n^{(1)}) \quad (10)$$

4. Bilgisayar Benzetim Sonuçları

Bu bölümde, OFDM sistemleri için önerilen yinelemeli kanal kestirim yönteminin başarımlarını EM algoritmasıyla karşılaştırılıp bilgisayar benzetimleri ortalama karesel hata (Mean Square Error, MSE), bit hata oranı (Bit Error Rate, BER) ve kanalı zamanda takip etme olarak verilmiştir. Benzetimde 8 dallı, zamanla değişen ve Doppler frekansı 100Hz olan çok yollu bir kanal kullanılmıştır. Benzetim sonuçlarında 64 alttaşırıyıcılı kodlanmamış bir OFDM sistemi kullanılmıştır. Alttaşırıyıcıların birbirine dik olmasını sağlamak amacıyla 20 μ s öntaki süresi ile birlikte toplam OFDM sembol süresi 100 μ s alınmıştır. Sistemde modülasyon tipi olarak QPSK kullanılmıştır. Bir OFDM çerçevesinde kullanılan OFDM sembol sayısı 64 olarak seçilmiştir. Bir çerçeve boyunca kullanılan toplam pilot sembol sayısı 64 olup, veri sembolü sayısı 4032'dir. Bir OFDM sembolde 56 veri sembolü ve 8 pilot sembolü olduğu için ikinci yinelemede elde edilen sanal pilot grubu sayısı 7 olarak bulunur.

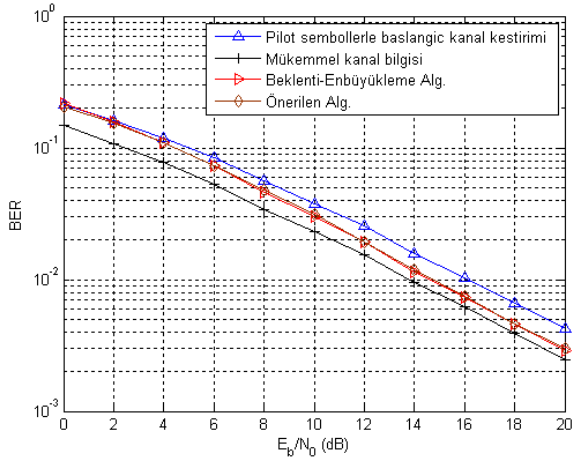
Şekil 5'te önerilen algoritma ve EM algoritması için bit hata oranları karşılaştırılmıştır. Görüldüğü gibi her iki yöntem de pilotlarla elde edilen başlangıç kanal kestiriminden yaklaşık 1dB daha iyidir. Önerilen algoritma, Beklenti-Enbüyükleme algoritmasıyla aynı performansı göstermiş ve mükemmel kanal bilgisine yüksek E_b/N_0 değerleri için yaklaşmıştır.

Şekil 6'da gösterilen kanal kestirim sonuçlarına bakıldığında önerilen yöntemin yine başlangıç kanal kestiriminden iyi olduğunu, Beklenti-Enbüyükleme algoritmasıyla aynı sonucu verdiğini görüyoruz. Özellikle yüksek E_b/N_0 değerleri için her iki yöntemde Cramer Rao alt sınırıyla (Cramer-Rao Lower Bound, CRLB) aynı seviyeye geldiğini söyleyebiliriz.

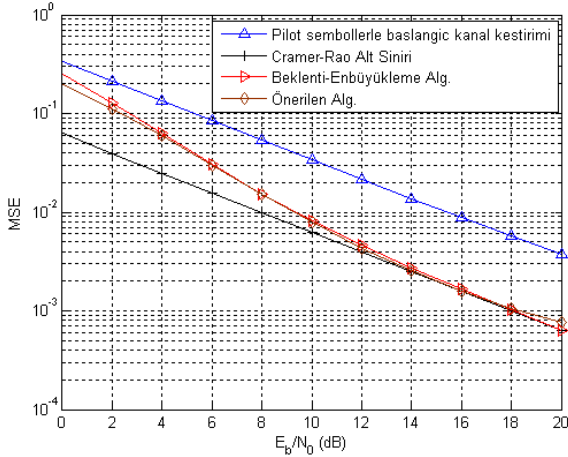
Şekil 7 ve 8'e baktığımızda ise $E_b/N_0 = 10$ dB için önerilen algoritmanın bir OFDM çerçevesi boyunca yani zamanda kanalı genlik ve faz bilgisi açısından oldukça iyi bir şekilde takip ettiğini görebiliyoruz.

Önerilen algoritma EM algoritmasıyla karmaşıklık yönünden Tablo 1'de karşılaştırılmıştır. EM algoritmasında

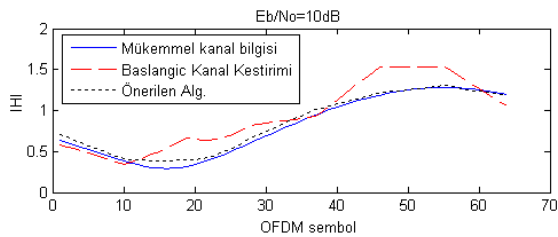
kanal kestirim bloğu ve karar bloğu arasında bir yineleme yoktur fakat kanal kestirim bloğunun içerisinde bir yineleme yapılmaktadır. Özellikle düşük E_b/N_0 değerleri için EM algoritmasındaki yineleme sayısı çok artmaktadır ve bu sistemi karmaşık hale getirmektedir.



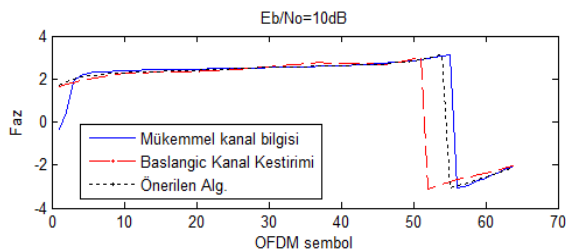
Şekil 5: Bit hata oranlarının karşılaştırılması.



Şekil 6: En küçük karesel hata oranlarının karşılaştırılması.



Şekil 7: Zaman ekseninde kanal genlik değişimi.



Şekil 8: Zaman ekseninde kanal faz değişimi.

5. Sonuçlar

Bu çalışmada kodlanmamış OFDM sistemleri için kanal kestirimi ve sembol seziminin birlikte yapıldığı ve gruplandırma mantığına dayanan pilot tabanlı yinelemeli bir kanal kestirim tekniği önerilmiştir. Önerilen algoritmada kanal kestirim bloğunda hiçbir yineleme olmamasına karşın benzetim sonuçlarına göre EM algoritmasıyla aynı performansı gösterdiği görülmüştür. Sonuç olarak önerilen algoritmanın daha az karmaşık olmasına rağmen performans olarak aynı olduğu gösterilmiştir.

Tablo 1: EM algoritması ve önerilen algoritmanın karşılaştırılması.

	EM Alg.	Önerilen Alg.
Bir OFDM çerçevesinde kullanılan pilot sayısı	64	64
Frekans ekseninde kullanılan aradeğerleme yöntemi	DFT-tabanlı	DFT-tabanlı
Zaman ekseninde kullanılan aradeğerleme yöntemi	Lineer	Lineer
$E_b/N_0 = 10 \text{ dB}$ için yineleme sayısı	7	1
$E_b/N_0 = 20 \text{ dB}$ için yineleme sayısı	2	1
Bir OFDM çerçevesi boyunca standartlaştırılmış benzetim süresi	1	0.34

6. Kaynakça

- [1] L. J. Cimini Jr., "Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing", *IEEE Trans. Communications*, cilt.33, n. 7, s. 665-675, 1985
- [2] Coleri S., Ergen M., Puri A., Bahai A., "Channel Estimation Techniques Based on Pilot Arrangement in OFDM Systems", *IEEE Transactions on Broadcasting*, cilt. 48, n.3, 2002
- [3] T. K. Moon, "The expectation-maximization algorithm" *IEEE Signal Processing Magazine*, cilt. 13, n. 6 s. 47-60, 1996
- [4] X. Ma, H. Kobayashi, and S. C. Schwartz, "EM-Based Channel Estimation Algorithms for OFDM", *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, n. 10, s. 1460-1477, 2004
- [5] B. Han, X. Gao, X. You, J. Wang and E. Costa, "An Iterative Joint Channel Estimation and Symbol Detection Algorithm Applied in OFDM System with high data to pilot power ratio", *Proc. IEEE ICC '03*, s. 810-814, 2003.
- [6] Özbek B., Ruyet D. L., Panazio C. 2005. "Pilot-Symbol Aided Iterative Channel Estimation for OFDM Based Systems", *Proceedings of EUSIPCO2005, Antalya*.