ENDÜSTRİVEL MATEMATİK

PROF. DR. GAMZE TANOĞLU

ÖĞR. GÖR. CANBERK YURT

2024

İZMİR YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ 1992

ENDÜSTRİYEL MATEMATİK

Prof. Dr. Gamze TANOĞLU

Öğr. Gör. Canberk YURT

İYTE

İkinci baskı, 2024

ISBN 9789756590300

Düzenleyen: Arş. Gör. Derya ÖZDEMİR

Yayıncı İYTE

Önsöz

Üniversitelerin öğrencilere meslek kazandırma misyonu dijital yüzyılda yeni nesil üniversiteler tanımı ile birlikte değişerek farklı bir misyona doğru evrilmiştir. Değişen bu misyon üniversitenin ürettiği bilimi toplumun diğer paydaşları ile paylaşarak toplumu dönüştürmek biçimde ifade edilebilir.

İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü, çocukları ve gençleri toplumum en değerli paydaşları görerek onların dönüşümüne ve gelişimine katkı sunmayı üniversitenin eğitim modeli olarak benimsemiştir.

Önsöz

Bu atölye çalışması ile lise öğrencilerinin matematik müfredatında gördüğü konuları pekiştirerek öğrenmesi benimsenmiştir. Ayrıca, öğrencilerin bilgisayar yardımı ile özellikle de algoritma mantığı kullanarak ele alınan konuları deneyimleyerek öğrenmesini hedeflemektedir. Böylece bu çalışma ile ezberden uzak kalıcı öğrenme modeli sunulmuş olup matematiğin soyut yapısından somut yapısına bir köprü oluşturulması amaçlanmaktadır.

Umuyorum bu atölye çalışması öğrencilere matematiğin günlük hayatta nerelerde kullanıldığını konusunda fikir vererek eğlenceli bir bilim olduğu konusunda da bir vizyon sunar.

Prof. Dr. Gamze TANOĞLU

İçindekiler

BÖLÜM 1

Projenin Amacı, Konusu ve Kapsamı

1.1 Projenin Amacı

Bu projenin amacı 11. Sınıf konularında yer alan analitik geometri, eğriler ve fonsiyonları bilgisayar ortamında başka bir bakış açısı ile anlatarak kalıcı öğrenmeyi sağlamaktır. Ele alınan konunun günlük hayattaki karşılığını gösterek öğrencilere matematik bilimini öğrenme konusunda motivasyon sağlamaktır.

1.2 Projenin Konusu ve Kapsamı

Hesaplamalı bilim ele alınan sistemin veya fiziksel bir olayın matematiksel modelinin geliştirilmesi ve bu denklemi sayısal olarak (bilgisayar ortamında) çözmek için bir algoritmanın geliştirilmesi olarak tanımlanabilir. Ayrıca bilgisayar yazılımıyla bu algoritmanın işlerlik kazanması ve uygulanması, fiziksel olayın sayısal simülasyonu, hesaplanan sonuçların kapsamlı bir şekilde temsil edilmesi, sunulması ve hesaplanan sonuçların doğrulanması ve yorumlanması olarak özetlenebilir.

Bu atölye çalışması, doğruların ve eğrilerin matematiksel denklemleri ile ilgili kısa bir hatırlatma yapılarak başlayacaktır. Görsel olarak bu anlatım Matlab uygulamaları ile zenginleştirilecektir.

Atölye çalışmasının son kısmında eğriler ve hacim arasında ilişki kuracağız, öğrenciler bu ilişkiyi kullanarak kendilerinin yaratttığı üç boyutlu cisimleri nesnelere dönüştürerek sergileyecekler. Böylece matematiği endüstri ilişkilendirerek uygulamalı matematik hakkında öğrencilerimizin fikir sahibi olmalarını sağlayacağız.

Bu atölye çalışmaları ile öğrencilerin, matematiğin bir alanı olan hesaplamalı bilimler yardımı ile günlük hayatta matematik ne işe yarar ve nasıl kullanılır sorularına yanıt vermeye çalışacağız.

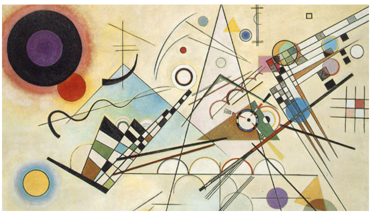
Bu proje ile hedeflenen kazanımlar:

- Tek boyut, 2 boyut, 3 boyut kavramlarını pekiştirmek ve kavratmak,
- 3d yazıcılarla nesne oluşturmak,
- Bunların günlük hayattaki karşılıklarını bulmak,
- Atölye çalışmasının sonunda bir sergi açmak

olarak belirlenmiştir.

BÖLÜM 2

Analitik İnceleme



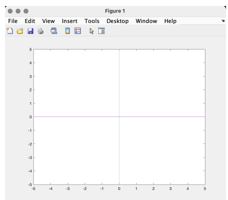
Bu bölümde, cebir ve geometrinin ortak noktası olan doğru ve eğri kavramları ile ilgili önceki yapılan çalışmalar hatırlatılıp, bu kavramları MATLAB algoritma dili ile görselleştirmesine yer verilmiştir.

2.1 Dik Koordinat Sistemi

- İlk olarak grafiğin yatay ekseni oluşturacak x ekseni için x dizisini oluşturalım. Örneğin $(-5, 5)$ aralığını 100 eşit parçaya bölerek bir sayı dizisi oluşturalım.
  » $x=$ linspace$(-5, 5, 100)$;
- Grafiğin dikey ekseni oluşturacak y değişkeni için de y dizisini oluşturmak için bir öndeki adımda oluşturulan x dizisi ile aynı boyuta sahip sıfırlardan oluşan bir sayı dizisi oluşturalım.
  » $y=$ zeros(length(x));
- Yukarıda oluşturulan sayı dizilerini görselleştirmek için MATLAB'da "plot" komutu kullanılır.
  » plot(x,y)
  hold on
  plot(y,x)

```
%DİK KOORDİNAT SİSTEMİ

% koordinat eksenleri için aralığı belirleyelim.
% linspace(a,b,n) komutu (a,b) aralığını
% n parçaya böler.

x=linspace(-5,5,100);
y=zeros(length(x));
plot(x,y)
hold on
plot(y,x)
```

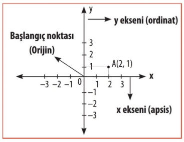
(a) Kod



(b) Grafik

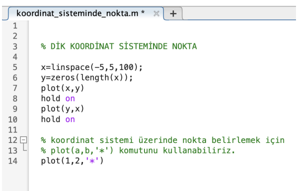
Şekil 2.1: Dik Koordinat Sistemi

2.2 Dik Koordinat Sisteminde Nokta

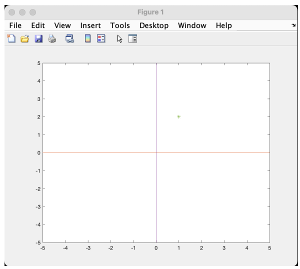


MATLAB programında dik koordinat sisteminde sıralı ikililerin konumu gösterilebilir.

- plot(1,2,'*') komutu koordinat sisteminde (1,2) noktasına bir * çizer.



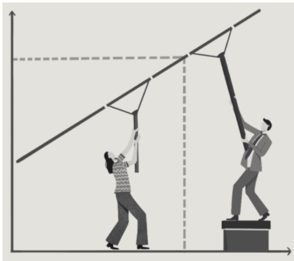
(a) Kod



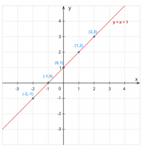
(b) Grafik

Şekil 2.2: Dik Koordinat Sisteminde Nokta

2.3 Dik Koordinat Sisteminde Doğru



Verilen bir problem durumundan yola çıkarak doğrusal ilişkiyi temsil eden veriler cebirsel olarak ifade edilir ve grafikleri MATLAB yardımı ile çizilebilir. Doğrusal ilişkiyi temsil eden cebirsel ifade bulunurken doğrunun eğimi ve bir noktası kullanılarak veya iki noktası kullanılarak yazılabilir.



Doğru denklemi, doğru üzerindeki noktaların apsis ve ordinatları arasındaki ilişkidir. Bir doğrunun standart denklemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

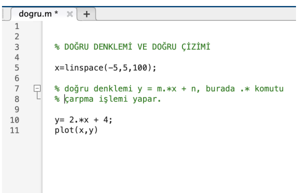
$$y = mx + n$$

burada $m \in \mathcal{R}$ doğrunun eğimi, $n \in \mathcal{R}$ doğrunun y eksenini kestiği noktanın ordinatı, x bağımsız değişken ve y bağımlı değişkendir.

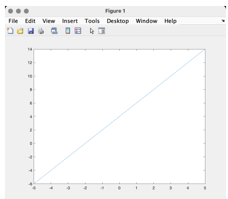
- İlk olarak doğrusal ilişkideki bağımsız değişkenlerin kümesi olan tanım kümesini belirleyelim.
  » x=linspace$(-5, 5, 100)$;

- Çizmek istediğimiz doğrunun denklemini yazalım.
  » $y = 2. * x + 4$;

- "plot" komutu ile yukarıda tanımlanan x ve y değerlerini kullanarak bir doğru grafiği oluşturalım.



(a) Kod

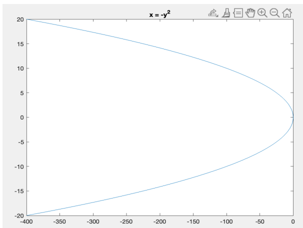


(b) Grafik

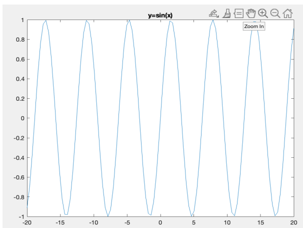
Şekil 2.3: Dik Koordinat Sisteminde Doğru

2.4 Dik Koordinat Sisteminde Eğri

Eğri, matematiksel olarak dik koordinat sisteminde noktaların oluşturduğu şekildir. Eğriler genel olarak denklem ile tanımlanabilir ve farklı isimler ile sınıflandırılabilir: doğru, parabol, elips, $\ldots$.



Şekil 2.4: Parabolik Eğri



Şekil 2.5: Trigonometrik Eğri

Dik Koordinat Sisteminde Parabol

Parabol, ikinci dereceden polinom fonksiyonların grafiklerine verilen bir isimdir. Bir parabol denklemi genellikle

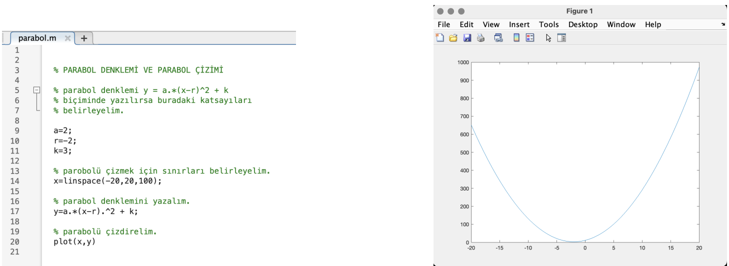
$$y = ax^2 + bx + c$$

biçiminde ifade edilir. Burada a, b ve c birer gerçek sayılardır.

Tepe noktası (r, k) ve bir parametre ile ifade edilen parabol denklemi

$$y = a(x - r)^2 + k$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $a \in \mathcal{R}$ bir parametredir.



(a) Kod (b) Grafik

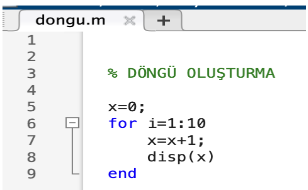
Şekil 2.6: Dik Koordinat Sisteminde Parabol

2.5 Döngüler

Matlab'da for döngüsü belirli sayıda tekrarlanacak bir kod bloğunu ifade etmek kullanılır. Basit bir örnek ile for döngüsünün mantığını anlamaya çalışalım.

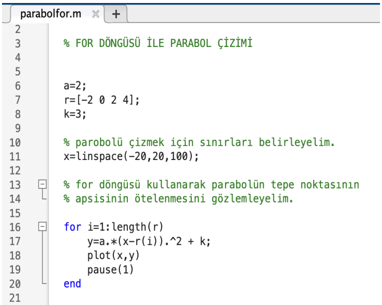
- İlk olarak döngüdeki değişkenin ilk adımda alacağı değeri beliryelim.
  » $x = 0$;
- For döngüsünü oluşturalım.
  for i=1:10
  » x=x +1
  $disp$(x)

Bu örnekte i değişkeni 1 den 10 a kadar değerler alacak ve her seferinde içerisine yazdığımız işlemi yaparak (yani x'e 1 ekleyerek) ve i'yi 1 arttırarak çalışmaya devam edecek. disp(..) komutu ise içerisinde yazan sayıyı yada sayı kümesini ekrana yazdıracak.



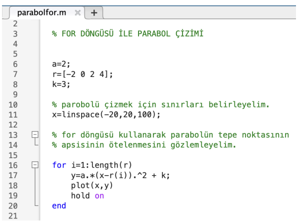
Şekil 2.7: Kod

For döngüsü kullanılarak parabollerin ötelenmesini gözlemleyebiliriz.



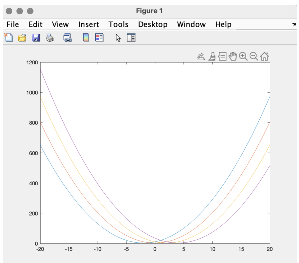
```
% FOR DÖNGÜSÜ İLE PARABOL ÇİZİMİ


a=2;
r=[-2 0 2 4];
k=3;

% parabolü çizmek için sınırları belirleyelim.
x=linspace(-20,20,100);

% for döngüsü kullanarak parabolün tepe noktasının
% apsisinin ötelenmesini gözlemleyelim.

for i=1:length(r)
    y=a.*(x-r(i)).^2 + k;
    plot(x,y)
    pause(1)
end
```

Şekil 2.8: Kod



```
% FOR DÖNGÜSÜ İLE PARABOL ÇİZİMİ


a=2;
r=[-2 0 2 4];
k=3;

% parabolü çizmek için sınırları belirleyelim.
x=linspace(-20,20,100);

% for döngüsü kullanarak parabolün tepe noktasının
% apsisinin ötelenmesini gözlemleyelim.

for i=1:length(r)
    y=a.*(x-r(i)).^2 + k;
    plot(x,y)
    hold on
end
```

(a) Kod



(b) Grafik

Şekil 2.9: Dik Koordinat Sisteminde Parabollerin Ötelenmesi

Fibonacci dizisi, 0 ve 1 ile başlayan ve her sayının kendisinden önce gelen iki sayının toplanması ile elde edildiği bir sayı dizisidir. İtalyan matematikçi Leonardo Fibonacci'den adını alır.

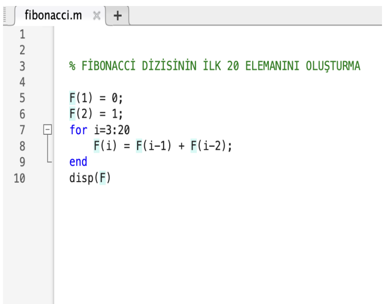
Fibonacci dizisini matematiksel olarak aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz:

Fibonacci dizisi $F(n)$, $n \geq 1$ için başlangıç değerleri $F(1) = 0$ ve $F(2) = 1$ olmak üzere herhangi $n \geq 3$ için

$$F(n) = F(n-1) + F(n-2).$$

Fibonacci dizisi doğada, sanatta ve bilimde birçok yerde karşımıza çıkar.

Fibonacci dizisinin elemanları MATLAB'da for döngüsü yardımı ile bulunabilir.



Şekil 2.10: Kod

BÖLÜM 3

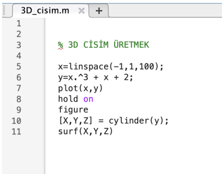
Endüstriyel Matematik

Endüstriyel matematik, problemlerin matematiksel yöntemlerle analiz edilmesi, modellemesi ve çözülmesi sürecini ifade eder. Bu bölümde, eğri ve geometrik cisim arasında ilişki kurularak, MATLAB yardımı ile üç boyutlu geometrik cisimler oluşturulacaktır. Yapılacak çalışmalar, matematik öğretme ve öğrenme sürecini ilgi çekici hale dönüştürüp matematiği endüstri ile ilişkilendirerek günlük hayat deneyimlerinin bir parçası hakkında öğrencilerimizin fikir sahibi olmasını hedeflemektedir.

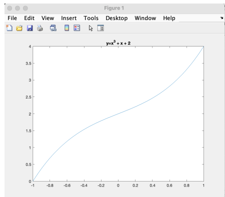
Şekil 3.1: 3D Printer ile Cisim Üretme

3.1 Üç Boyutlu Cisim Üretme

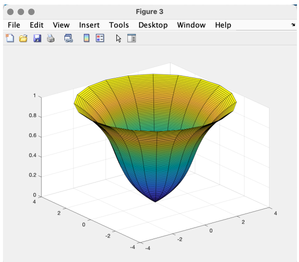
Bir eğriyi istenen eksen üzerinde döndürerek üç boyutlu bir cisim elde edebiliriz.



(a) Kod



(b) Grafik



(c) Geometrik Cisim

Şekil 3.2: 3D Cisim üretme