

Dalgacık Tepeleri Kullanarak İşaretlerin Bileşenlerine Ayrılması

Extraction of Signal Component using Wavelet Ridges

Nalan Özkurt*, F. Acar Savacı**

*Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir
nalan.ozkurt@eee.deu.edu.tr

*Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü, İzmir
acarsavaci@iyte.edu.tr

Özetçe

Çok bileşenli durağan olmayan bir işaretin enerjisi tüm zaman-frekans alanına yayılır. Kaynak ayırma gibi bazı uygulamalarda, işaretin farklı zaman-frekans özelliklerine sahip bileşenlerini ayırmak gerekli olabilir. Bu çalışmada, çok bileşenli durağan olmayan bir işaretin dalgacık tepeleri bulunarak bu tepeleri oluşturan doğrular Hough dönüşümü kullanılarak saptanmış ve analitik olarak modellenmiştir. Her bir doğru parçasına ait işaret bileşeni ayrı ayrı yeniden elde edilmiştir.

Abstract

The energy of the multi-component nonstationary signals is distributed over the time-frequency plane. It might be necessary to separate signal components in time-frequency domain for some applications such as source separation. In this study, the wavelet ridges of a multicomponent nonstationary signal have been obtained, the lines constructing the ridges have been detected using Hough transform and modelled analytically. The signal components associated with each line segment have been reconstructed individually.

1. Giriş

Ses işaretlerinden sismik işaretlere doğada gözlenen işaretlerin ya da biomedikal işaretlerin hemen hepsi, birden fazla temel bileşenden oluşmuştur. Bu durağan olmayan işaretlerin analizi ve modellenmesi için zaman-frekans analizi yöntemleri sıklıkla tercih edilir. İşaretlerin anlık frekansının ya da genliğinin zamanla nasıl değiştiği zaman-frekans dönüşümlerinden çeşitli yöntemlerle kestrilebilir: i) İstatiksel yöntemler ve zaman-frekans dönüşümlerinin analitik özellikleri kullanılabilir [1]; ii) dalgacık tepeleri elde edilebilir [2,3], iii) görüntü işleme alanında belirli şekillerin yerini saptamada kullanılan Hough dönüşümü kullanılabilir [4,5].

Anlık frekansların belirlenmesi ya da işaretlerin modellenmesi işaretlerin karışımının ayrıştırılması konusunda da büyük önem taşır. Eğer kaynak işaretlerinin farklı zaman-frekans özelliklerine sahip olduğu biliniyorsa zaman-frekans ortamında yapılacak bir önışlem gözü-kapalı kaynak ayırma yöntemlerinin başarımlarını arttıracaktır [6].

Bu çalışmada, çok bileşenli işaretlerin dalgacık tepeleri bulunmuş ve bulunan bileşenlerin anlık frekanslarının analitik ifadelerinin belirlenmesi için Hough dönüşümü kullanılmıştır. Bulunan her bir bileşen ayrı ayrı geri elde edilerek işaret farklı zaman-frekans özelliklerine ait bileşenlerine ayrılmıştır.

2. Dalgacık Analizi ve Dalgacık Tepeleri

Bir işaretin dalgacık dönüşümü, işaretin temel dalgacık adı verilen işaretin sıkıştırılmış ve kaydırılmış versiyonlarından oluşan uzaya izdüşümüdür. $s(t)$ işaretinin dalgacık katsayıları

$$W_s(a, b, \Psi) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \Psi_{a,b}^*(t) dt \quad (1)$$

şeklinde hesaplanır, burada a ve b sırasıyla sıkıştırma ve kaydırma katsayıları olmak üzere dalgacık uzayının elemanları

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{a} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a \in R^+, \quad b \in R \quad (2)$$

şeklinde hesaplanır. Temel dalgacık aşağıdaki oranırılık koşulunu sağlamalıdır:

$$c_\Psi = \int_0^\infty |\hat{\Psi}(\omega)|^2 \frac{d\omega}{\omega} < \infty \quad (3)$$

burada $\hat{\Psi}(\omega)$ temel dalgacığın Fourier dönüşümüdür [7].

Dalgacık dönüşüm katsayılarından işaret enerjisine geçmek için $P_s(a, b, \Psi)$ şeklinde gösterilen skalogram kullanır:

$$P_s(a, b, \Psi) = |W_s(a, b, \Psi)|^2 \quad (4)$$

Pratikte sürekli dalgacık dönüşümü örneklenerek ve sonlu sayıda katsayı alınarak sonlu bir skalogram matrisi elde edilir

$$P = [p_{ij}]_{M \times N}, \quad p_{ij} = |c_{ij}|^2 \quad (5)$$

burada dalgacık katsayıları

$$c_{ij} = W_s(a_i, b_j; \Psi) \quad (6)$$

Bu çalışmada dalgacık dönüşümü için karmaşık Morlet dalgacığı kullanılmıştır:

$$\Psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{j\omega_0 t} e^{-t^2/2} \quad (7)$$

burada ω_0 temel dalgacığın merkez frekansıdır.

Bileşenlerinin anlık frekansları $A_i(t) \in C^1$ ve anlık fazları $\phi_i(t) \in C^2$ olan L bileşenli işaret

$$s(t) = \sum_{i=1}^L A_i(t) e^{j\phi_i(t)} \quad (8)$$

şeklinde tanımlansın. Bu işaretin dalgacık dönüşümü

$$W_s(a, b, \Psi) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^L A_i(b) e^{j\phi_i(b)} \hat{\Psi}^*(a\phi_i'(b)) + r(a, b) \quad (9)$$

şeklinde yazılabilir, burada $r(a, b)$ yüksek dereceli terimleri içerir [8]. Eğer temel dalgacığın Fourier dönüşümü $\hat{\Psi}(\omega)$ $\omega = \omega_0$ frekansı civarında yoğunlaşmışsa o zaman L bileşenli işaretin skalogramı da L dalgacık tepesinde yoğunlaşır:

$$a^l = a^l(b) = \frac{\omega_0}{\phi_i'(b)}, \quad l = 1, \dots, L \quad (10)$$

burada $\phi_i'(b)$ fazın türevini göstermektedir.

Dalgacık tepelerinin belirlenmesi için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir [2,3,8,9]. Tekil değer ayrıştırma tabanlı dalgacık tepesi elde etme yönteminde skalogram matrisi tekil değerlerine ayrıştırılır. Daha küçük olan tekil değerler üzerinde "Toplanırsın Beyaz Gaus Gürültüsü"nin etkisinin daha çok olacağı varsayımı ile yaklaşık skalogram sadece büyük tekil değerlerden geri elde edilir. Böylece karpma ile gürültünün etkisi azaltılır ve yaklaşık skalogramın dalgacık tepeleri de her zaman anı için yerel en büyük değerli frekanslar bulunarak elde edilir [9].

Dalgacık tepelerinde işaretler yaklaşık olarak

$$\tilde{s}(b) = 2 \operatorname{Re} \left\{ \sum_{l=1}^L W_s(a_l(b), b, \Psi) \right\} \quad (11)$$

denklemleri kullanılarak tekrar oluşturulabilirler [8,10].

3. Hough Dönüşümü

Hough dönüşümü sayısal görüntü işlemede kullanılan bir öznitelik elde etme yöntemidir. Öncelikle siyah beyaz görüntülerdeki doğruları belirlemek amacıyla ortaya atılmasına rağmen farklı şekillerin elde edilmesi için geliştirilmiştir [11]. Yöntem her noktadan farklı eğimlere sahip sonsuz doğru geçmesi esasına dayanır. Dönüşümün amacı bu kuramsal doğrulardan hangilerinin görüntüdeki uyduğunu bulmaktır. Standart Hough dönüşümünde, doğrular r ve θ parametreleriyle

$$r = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (12)$$

şeklinde tanımlanır. Eğer $r \in \mathcal{R}$ ve $\theta \in [0, \pi]$ ise görüntüdeki tüm doğrular tek olarak tanımlanabilir. (r, θ) düzlemi genellikle Hough uzayı olarak adlandırılır. Dönüşüm uygulandığında Hough uzayında özgün resimdeki doğruların bulunduğu (r, θ) değerlerinde büyük bir genlik oluşacaktır. Bu düzlemin tepeleri bulunarak doğruların yerleri tespit edilir.

4. Yöntem

Denklem 9 ve 10'da da belirtildiği gibi çok bileşenli işaretlerin dalgacık dönüşümleri tüm bileşenlere ait dalgacık tepelerinin birleşimi gibi düşünülebilir. Eğer tüm bu dalgacık tepeleri birbirlerinden ayrılıp modellenirse, işaret bileşenlerine ayrılmış olur. Bunun için önerilen yöntem Şekil 1'de özetlenmiştir:

- i) N boyutlu bir işaretin M frekansta dalgacık dönüşümü alınarak $P_s \in R^{M \times N}$ elde edilir.
- ii) Tekil değer ayrıştırma tabanlı dalgacık tepesi bulma yöntemi ile yaklaşık skalogram \tilde{P}_s dalgacık tepeleri $a_l(b)$ tespit edilir:

$$\tilde{P}_s = \begin{cases} |W_s(a_l(b), b, \Psi)|^2 & l = 1, \dots, L \\ 0 & \text{diğer yerlerde} \end{cases} \quad (13)$$

- iii) Elde edilen yaklaşık skalogram bir eşikleme ile sadece dalgacık tepesi noktalarında 1 diğer yerlerde 0 olacak hale, yani siyah-beyaz görüntü şekline getirilir.
- iv) Siyah-beyaz görüntüye Hough dönüşümü uygulanarak (r, θ) düzlemi elde edilir ve doğruların yerleri tespit edilir. Özgün işaretin dalgacık tepeleri her zaman doğrusal olmadığı için her bir dalgacık tepesi için birden fazla doğru parçası elde edilecektir.
- v) K adet doğru parçası bulunmuş olsun. Doğru parçalarının her birine bir doğru denklemi uyarlanarak bu doğruların analitik işlevleri

$$\tilde{a}_k(b) = a_{k1}b + a_{k2} \quad (14)$$

şeklinde bulunur.

- vi) Her bir doğru parçası için ayrı ayrı işaret bileşenleri

$$\tilde{s}_k(b) = 2 \operatorname{Re} \{ W_s(\tilde{a}_k(b), b, \Psi) \}, k = 1, \dots, L \quad (15)$$

şeklinde geri elde edilir.

5. Sonuçlar

Önerilen yöntemin başarımını sınamak amacıyla çeşitli örnek işaretler bileşenlerine ayrılmıştır.

Örnek 1: Frekansı zamanla doğrusal değişen ve birbiriyle kesişmeyen iki bileşenli

$$s(t) = \sin(\alpha_1 t^2 + \beta_1 t) + \sin(\alpha_2 t^2 + \beta_2 t) \quad (16)$$

$\alpha_1=300$, $\beta_1=500$, $\alpha_2=500$, $\beta_2=900$, işareti bileşenlerine ayrılmış, sonuçta oluşan işaretlerin enerji dağılımlarını görmek için her bir bileşenin dalgacık dönüşümü alınmıştır. Özgün işaret ve bileşenlerinin dalgacık dönüşümleri Şekil 2'de görülmektedir.

Örnek 2:

$$s(t) = \sin(2\pi(\alpha_1 t^2 + \beta_1 t)) + 0.5 \sin(2\pi f t) \quad (17)$$

$\alpha=1500$, $\beta=300$ ve $f=500$ olmak üzere denklem 17'deki gibi ifade edilen ve zaman-frekans ortamında bileşenleri keşişen işarete de yöntem uygulanmıştır. Bu işaret için özgün işarete olduğu gibi 2 bileşen yerine 7 bileşen bulunmuş ve Şekil 3'te bu bileşenlerden en büyük 4 tanesi gösterilmiştir.

Örnek 3: Gerçek işaret örneği olarak "Start" kelimesinin söylenişini içeren 8kHz ile ömекlenmiş işaret için algoritma çalıştırılmıştır. İşaretin dalgacık dönüşümü ve ayrıştırma sonucunda elde edilen doğru parçaları Şekil 4'te görülmektedir.

6. Tartışma

Bu çalışmada çok bileşenli durağan olmayan işaretler dalgacık tepeleri ve Hough dönüşümü ile doğru tespiti yöntemleri kullanılarak bileşenlerine ayrılmıştır. Bu bileşenler öbeklenerek gözü-kapalı kaynak ayrıştırma problemi gibi işaret kaynakları hakkında herhangi bir önbilgiye sahip olunmadığı durumlarda kaynakların daha başarılı elde edilmesi amacıyla bir ön işlem olarak kullanılabilir.

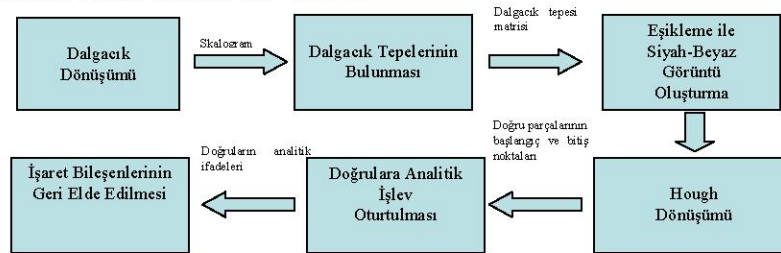
Ayrıca herhangi bir işaret K adet doğru parçası ile ifade edildiği için doğru denklemi katsayıları ve doğruların başlangıç ve bitişlerini içeren 4K boyutlu bir vektör işareti modellemek için yeterli olacaktır. Bu da yüksek bir sıkıştırma oranı sağlar.

Örnek 2'de görüldüğü gibi birbiriyle keşişen zaman-frekans bileşenleri içeren işaretler için algoritma tek bir bileşeni parçalara ayırıp birden fazla bileşen bulmaktadır. Benzer şekilde gerçek işaretlerin bileşenlerinin bulunması sırasında birbiriyle keşişen ya da çok yakın olan birçok doğru parçası olduğu için, bunlardan geri elde edilecek olan işaretlerin toplam enerjisi özgün işaretin toplam enerjisinden büyük olabilir. Bu yüzden doğru parçalarının elde edilmesinden sonra bir öbekleme yapılması ya da ilişkili bileşenlerin bağlantılı bileşen analizi gibi yöntemlerle tekrar işlenmesi yararlı olabilir. Bundan sonraki çalışmalarda geliştirilmiş Hough dönüşümü kullanılarak doğru dışındaki şekillerin de

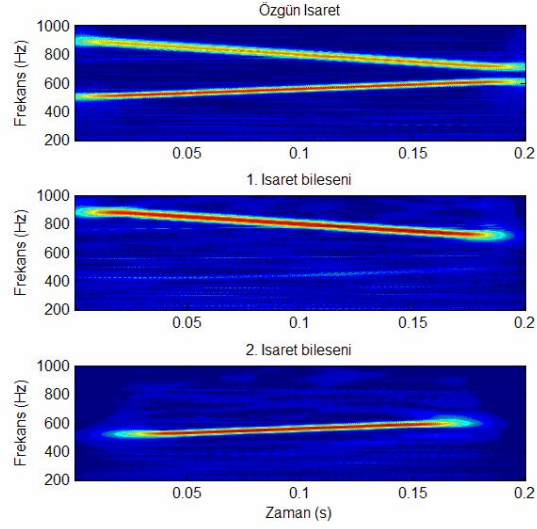
modellenmesinin yapılması planlanmaktadır. Bunun yanısıra işaret bileşenleri öbeklenerek gözü-kapalı kaynak ayrıştırma problemlerinde başarımın nasıl olacağı incelenecektir.

7. Kaynakça

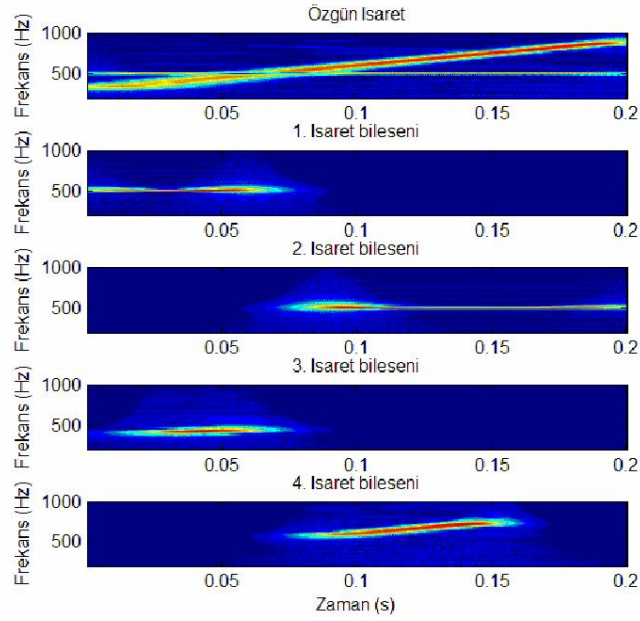
- [1] Guillemain P., Kronland-Martinet R., "Characterization of acoustic signals through continuous linear time-frequency representations", *Proc. of the IEEE*, 84(4):561-587, 1996.
- [2] Delprat, N., Escudie, B., Guillemain, P., Kronland-Martinet, R., Tchamitchian, P., Torresani, B., "Asymptotic Wavelet and Gabor Analysis: Extraction of Instantaneous Frequencies", *IEEE Trans. on Information Theory*, 38(12), 644-664, 1992.
- [3] Carmona, R.A., Hwang, W.L., "Characterization of signals by the ridges of their wavelet transforms", *IEEE Trans. on Signal Processing*, 45(10), 2586-2590, 1997.
- [4] Cirillo, L.A., Zoubir, A.M., Amin, M.G., "Estimation of FM Parameters Using a Time-Frequency Hough Transform", *Proc. IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP 2006*, 3, III-169-III-172, 2006.
- [5] Cornelia, G., Lucian, M., Romulus, R., "Detection and estimation of linear FM signals", *Int. Symp. on Signals, Circuits and Systems, ISSCS 2005*, 2, 705-708, 2005.
- [6] Cichocki, A., Amari, S., *Adaptive Blind Signal and Image Processing: Learning Algorithms and Applications*, Wiley, England, 2002.
- [7] Mallat, S., *A Wavelet Tour of Signal Processing*, 2nd ed., Academic Press, San Diego, CA, 1999.
- [8] Carmona, R.A., Hwang, W.L., Torresani, B., "Multiridge detection and time-frequency reconstruction", *IEEE Trans. on Signal Processing*, 47, 480-492, 1999.
- [9] Özkurt, N., Savacı, F.A., "Determination of wavelet ridges of nonstationary signals using singular value decomposition", *IEEE Trans. on Circuits and Systems: Express Briefs*, 52(8), 480-485, 2005.
- [10] Özkurt, N., Savacı F.A., "Reconstruction of the chaotic signals along the wavelet ridges", *Int. Jour. of Bifurcation and Chaos*, 16(1), 191-198, 2006.
- [11] Duda, R. O. and P. E. Hart, "Use of the Hough Transformation to Detect Lines and Curves in Pictures," *Comm. ACM*, 15, 11-15, 1972.



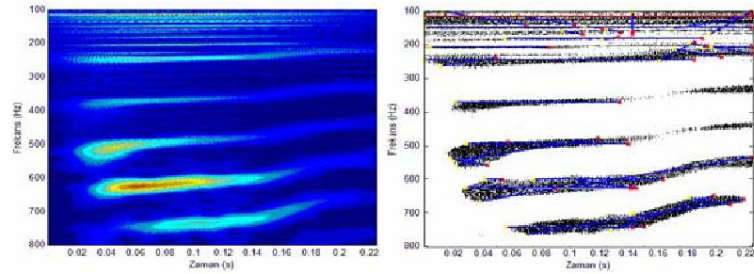
Şekil 1: Çok bileşenli işaretin bileşenlerine ayrılması.



Şekil 2: Örnek 1 için özgün işaret ve bileşenlerinin dalgacık dönüştürmeleri.



Şekil 3 Örnek 2 için özgün işaret ve bileşenlerinin dalgacık dönüştürmeleri.



Şekil 4: Örnek 3 için özgün işaretin dalgacık dönüştürümü ve bulunan doğru parçaları.